

# 盾构法隧道模型试验中的相似关系

朱卫平

(上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

**摘要** 盾构法是在软土中建造隧道常用的施工法. 讨论其模型试验和实物之间的转换问题. 根据 Goodier 理论建立相似关系, 考虑了土体的黏弹塑性性质和大变形问题, 包括推进压、推进速度、出土量、土体损失率, 以及注浆量等施工参数对地层移动的影响. 给出的公式可用于盾构法隧道的实验设计和数据分析.

**关键词** 盾构法隧道, 模型试验, 相似关系

随着城市地下空间的不断开发和利用, 地下结构物之间的相互作用和影响问题越来越突出, 例如, 新老隧道叠交引起的地层移动问题呈现出新的特点<sup>[1]</sup>, 因此, 必须针对新的情况进行深入系统的研究, 为工程设计、施工和安全防范提供可靠的理论根据. 从力学角度看, 隧道涉及土和结构两个方面. 一般认为, 土的力学性质太复杂, 因时因地而异, 几乎无从厘清, 比如, 地质水文调查难以面面俱到, 实验又存在扰动问题, 等等. 但笔者认为, 同一地区的土总有其共性特征, 即便是受到扰动在一定范围内与未扰动土总有相近之处, 而且采取一定的技术措施和经过一定的时间后扰动土能够在相当程度上得到还原, 也就是说, 在一定条件下可假定实验用土与实际土的性质基本一致, 此外, 还假定隧道施工过程是准静态的. 限于这些假定, 我们着重讨论盾构法隧道模型试验中结构参数、施工参数<sup>[2]</sup>(推进压、推进速度、出土量、土体损失率、注浆量等)及相应位移之间的相似关系.

## 1 相似关系

经典的相似理论要求模型和实物的几何尺寸对应成比例, 载荷的大小、方向、作用点对应成比例<sup>[3]</sup>, 基本方程中的相似模数对应相等, 边界条件及初始条件对应成比例. 但对于盾构法隧道这样的复杂问题, 若考虑到土体的黏弹塑性性质和大变形问题, 基本方程和边界条件很难写出, 即使写出也未必严格和正确. 对此, 我们将量纲分析法与相似理论相结合, 即按 J.N.Goodier 理论<sup>[4]</sup>, 建立模型和实物之间的转换关系.

### 1.1 描述问题的基本元素

以下各量采用标准国际单位, 除非必要不一一列

出.

(1) 土体 (设为黏弹塑性材料). 其中  $E_t$  为土体弹性模量;  $\mu$  为土体黏性系数;  $\gamma$  为土体比重;  $g$  是重力加速度;  $A$  为开挖面面积;  $l$  为开挖长度;  $l_1$  为出土堆积长度;  $T$  为土体扰动后至完全稳定所需的时间.

(2) 砌衬 (设为弹性材料, 自重不计). 其中  $E_q$  为砌衬弹性模量;  $J_c$  为砌衬环向截面惯性矩;  $d_q$  为砌衬外径;  $l_i (i = 1, 2, \dots)$  为结构的其它尺寸.

(3) 广义载荷 (施工参数). 其中  $p_0$  为土压 (压强, 下同);  $p_1$  为推进压力;  $\Delta p = p_1 - p_0$ ;  $v$  为推进速度 (m/s);  $Q_1$  为出土量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $v_1$  是出土运输速度;  $\eta$  为土体损失率;  $Q_2$  表示注浆量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $p'_j (j = 1, 2, \dots)$  为其他载荷大小;  $\theta_j (j = 1, 2, \dots)$  表示载荷的方向;  $w_k (k = 1, 2, \dots)$  为位移的大小;  $\varphi_k (k = 1, 2, \dots)$  为位移的方向.

首先, 通过动量定理将出土量、推进速度等效成推进压与土压之差. 土的总动量可表为  $K = \gamma A l v / g - \gamma A l_1 v_1 / g$ , 其中  $v, v_1$  设为常数,  $dl/dt = v$ ,  $dl_1/dt = v_1$ , 则由  $dK/dt = \Delta p A$ , 得

$$\Delta p = \frac{\gamma}{g} \left( v^2 - \frac{Q_1^2}{A^2} \right), \quad Q_1 = v_1 A \quad (1)$$

可见, 当推进速度  $v$  一定时, 测得  $\Delta p$  便知出土量  $Q_1$ . 出土量大则所需的推进压就小, 且存在一个临界出土量

$$Q_{1cr} = v A \quad (2)$$

使  $p_1$  和  $p_0$  保持平衡, 否则土体不是被顶起就是坍塌. 由此定义相对出土量

$$\vartheta_r = Q_1 / Q_{1cr} = v_1 / v \quad (3)$$

其次, 将土体损失率  $\eta$  等效成轴向长度  $\Delta l = 1\text{ m}$  上径向位移的负增量  $\Delta w_1$

$$\Delta w_1 = \frac{1}{2}\eta\sqrt{A/\pi} \quad (4)$$

再将注浆量等效成时间  $\Delta t = 1\text{ s}$  内轴向长度  $\Delta l = 1\text{ m}$  上径向位移的增量  $\Delta w_2$  (设体积不变)

$$\Delta w_2 = \frac{Q_2\Delta t/\Delta l}{2\sqrt{\pi A}} \quad (5)$$

(4) 坐标变量. 其中  $x, y, z$  为空间任意一点的位置;  $t$  为任意时刻.

### 1.2 描述问题的特征量

在上述诸量中选择 3 个量作为本问题的特征量: 特征时间  $T$  (土体扰动后至完全稳定所需的时间); 特征长度  $a$  ( $a = d_q/2$ ,  $d_q$  砌衬外径); 特征载荷  $\Delta p$  ( $\Delta p = p_1 - p_0$ ,  $p_0$  为土压,  $p_1$  为推进压力).

### 1.3 应力和位移的无量纲表达式

根据 Goodier 理论<sup>[4]</sup>, 结构在静态或准静态 (不计加速度) 情况下,  $\pi = f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$  具体可表为:

应力

$$\frac{\sigma}{E_t} = f_\sigma\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{z}{a}; \frac{t}{T}; \frac{\Delta p}{E_q}, \frac{\Delta w_1}{a}; \frac{\gamma a}{E_q}, \frac{\mu}{TE_t}, \frac{E_q J_c}{E_t a^4}; \alpha_i; \xi_j, \theta_j; \zeta_k, \varphi_k\right) \quad (6)$$

位移

$$\frac{\delta}{a} = f_\delta\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{z}{a}; \frac{t}{T}; \frac{\Delta p}{E_q}, \frac{\Delta w_1}{a}; \frac{\gamma a}{E_q}, \frac{\mu}{TE_t}, \frac{E_q J_c}{E_t a^4}; \alpha_i; \xi_j, \theta_j; \zeta_k, \varphi_k\right) \quad (7)$$

其中  $i, j, k = 1, 2, 3, \dots$  分别为尺寸、载荷和位移的数目;  $\alpha_i = l_i/a$  为尺寸比例;  $\xi_j = p'_j/\Delta p$  为载荷大小比例;  $\zeta_k = w_k/\Delta w_1$  为位移大小比例; 不必知道  $f_\sigma$  和  $f_\delta$  的具体形式.

### 1.4 相似关系式

显然, 不管是实物还是模型, 只要式 (6) 和式 (7) 右边的各  $\pi_N$  对应相等, 左边的  $\pi$  就对应相等. 因此要求:

(1) 模型 (下标加  $m$ ) 和实物 (下标加  $s$ ) 满足几何相似、载荷相似, 即下列各项对应相等

$$\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{z}{a}; \alpha_i; \xi_j, \theta_j; \zeta_k, \varphi_k\right)_m = \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}, \frac{z}{a}; \alpha_i; \xi_j, \theta_j; \zeta_k, \varphi_k\right)_s \quad (8)$$

(2) 采集原土做试验, 并对试验用土进行必要的预处理 (比如, 放在密封槽内注水加压、加惯性力场等), 再静置一段时间, 尽量使其还原. 之后, 就认为模型和实际的  $t/T$  一致了, 且有

$$\left(\frac{\mu}{TE_t}\right)_m \approx \left(\frac{\mu}{TE_t}\right)_s, \quad \gamma_m \approx \gamma_s \quad (9)$$

(3) 其余的模数满足

$$\frac{\Delta p_m}{E_{qm}} = \frac{\Delta p_s}{E_{qs}} \quad (10)$$

$$\frac{\Delta w_{1m}}{a_m} = \frac{\Delta w_{1s}}{a_s} \quad (11)$$

$$\frac{\gamma_m a_m}{E_{qm}} = \frac{\gamma_s a_s}{E_{qs}}, \quad \text{即} \quad \frac{a_m}{E_{qm}} = \frac{a_s}{E_{qs}} \quad (12)$$

$$\frac{E_{qm} J_{cm}}{E_{tm} a_m^4} = \frac{E_{qs} J_{cs}}{E_{ts} a_s^4}, \quad \text{即} \quad \frac{E_{qm} J_{cm}}{a_m^4} = \frac{E_{qs} J_{cs}}{a_s^4} \quad (13)$$

整理式 (10)~式 (13), 得

$$\frac{a_m}{a_s} = \frac{\Delta w_{1m}}{\Delta w_{1s}} = \frac{\Delta p_m}{\Delta p_s} = \frac{E_{qm}}{E_{qs}} = \left(\frac{J_{cm}}{J_{cs}}\right)^{1/3} \quad (14)$$

式 (14) 即为本试验的相似准则, 可以按照该准则制作模型、施加载荷、进行数据分析和转换. 本准则及式 (6), 式 (7) 等不受土体大变形及非线性黏弹塑性质的限制.

## 2 数据测量和分析

下面讨论在不同土压、推进速度、出土量、注浆量下地面的沉降规律、相邻隧道轴线的位移规律、相邻隧道的变形规律.

这些内容归结为: 对不同的工况测量模型地面的位移、相邻隧道轴线的位移和内壁的位移, 然后绘出一系列曲线, 即相当于对式 (7) 按不同的参数作曲线, 最后按式 (14) 换算成实物上的量.

设  $\bar{\delta}_n, \tilde{\delta}_n, \hat{\delta}_n$  分别为地面测点位移、相邻隧道轴线上的测点位移和相邻隧道内壁上的测点位移 ( $n = 1, 2, \dots$  为测点数). 按式 (7), 有

$$\frac{\bar{\delta}_n}{a} = F_1\left(\frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\Delta p}{E_q}, \xi_j, \theta_j; \frac{\Delta w_1}{a}, \zeta_k, \varphi_k\right) \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{\delta}_n}{a} = F_2\left(\frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\Delta p}{E_q}, \xi_j, \theta_j; \frac{\Delta w_1}{a}, \zeta_k, \varphi_k\right) \quad (16)$$

$$\frac{\hat{\delta}_n}{a} = F_3\left(\frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\Delta p}{E_q}, \xi_j, \theta_j; \frac{\Delta w_1}{a}, \zeta_k, \varphi_k\right) \quad (17)$$

### 2.1 土压的影响

设土压为  $p_0$ ，土压与推进压力的差为  $\Delta p$ ， $\xi_0 = \Delta p/p_0$ ，代入式 (15)~ 式 (17)，隐去某些固定参数，得

$$\bar{\delta}_n = G_1 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{p_0 \xi_0}{E_q} \right) \quad (18)$$

$$\tilde{\delta}_n = G_2 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{p_0 \xi_0}{E_q} \right) \quad (19)$$

$$\hat{\delta}_n = G_3 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{p_0 \xi_0}{E_q} \right) \quad (20)$$

### 2.2 推进速度的影响

设推进速度为  $v$ ，把式 (1)~ 式 (3) 代入式 (15)~ 式 (17)，隐去某些固定参数，得

$$\bar{\delta}_n = G_1 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{v^2 \gamma (1 - \vartheta_r^2)}{g E_q} \right) \quad (21)$$

$$\tilde{\delta}_n = G_2 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{v^2 \gamma (1 - \vartheta_r^2)}{g E_q} \right) \quad (22)$$

$$\hat{\delta}_n = G_3 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{v^2 \gamma (1 - \vartheta_r^2)}{g E_q} \right) \quad (23)$$

### 2.3 出土量的影响

$$\bar{\delta}_n = G_1 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_1^2 \gamma (1/\vartheta_r^2 - 1)}{g E_q} \right) \quad (24)$$

$$\tilde{\delta}_n = G_2 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_1^2 \gamma (1/\vartheta_r^2 - 1)}{g E_q} \right) \quad (25)$$

$$\hat{\delta}_n = G_3 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_1^2 \gamma (1/\vartheta_r^2 - 1)}{g E_q} \right) \quad (26)$$

### 2.4 土体损失率的影响

设土体损失率为  $\eta$ ，把式 (4) 代入式 (15)~ 式 (17)，隐去某些固定参数，得

$$\bar{\delta}_n = G_1 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\eta \sqrt{A/\pi}}{2a} \right) \quad (27)$$

$$\tilde{\delta}_n = G_2 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\eta \sqrt{A/\pi}}{2a} \right) \quad (28)$$

$$\hat{\delta}_n = G_3 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{\eta \sqrt{A/\pi}}{2a} \right) \quad (29)$$

### 2.5 注浆量的影响

设注浆量为  $Q_2$ ，其等效位移  $\Delta w_2$  由式 (5) 确定， $\zeta_2 = \Delta w_2/\Delta w_1$ ， $\Delta w_1 = Q_2/(2\zeta_2\sqrt{\pi A})$ ，代入式 (15)~ 式 (17)，隐去某些固定参数，得

$$\bar{\delta}_n = G_1 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_2 \Delta t / \Delta l}{2a \zeta_2 \sqrt{\pi A}} \right) \quad (30)$$

$$\bar{\delta}_n = G_2 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_2 \Delta t / \Delta l}{2a \zeta_2 \sqrt{\pi A}} \right) \quad (31)$$

$$\hat{\delta}_n = G_3 \left( \frac{x_i}{a}, \frac{y_i}{a}, \frac{z_i}{a}; \frac{Q_2 \Delta t / \Delta l}{2a \zeta_2 \sqrt{\pi A}} \right) \quad (32)$$

## 3 模型向实物转化

设特征长度之比  $a_m/a_s = 1/20$ 。

(1) 土压  $p_0$ ，推进速度  $v$ ，出土量  $Q_1$ ，注浆量  $Q_2$ ，土体损失率  $\eta$  的转化。

比较式 (1)~ 式 (5)，式 (14)，式 (18)~ 式 (32) 得 (模型的量加下标  $m$ ，实物的加下标  $s$ )

$$\frac{p_{0m} \xi_{0m}}{p_{0s} \xi_{0s}} = \frac{v_m^2 (1 - \vartheta_m^2)}{v_s^2 (1 - \vartheta_s^2)} = \frac{Q_{1m}^2 (1/\vartheta_m^2 - 1)}{Q_{1s}^2 (1/\vartheta_s^2 - 1)} = \left( \frac{Q_{2m} \zeta_{2s}}{Q_{2s} \zeta_{2m}} \right)^{1/2} = \frac{a_m}{a_s} = \frac{1}{20} \quad (33)$$

土体损失率  $\eta$  容易控制，设其很小并保持一定，而注浆压  $p_2$  与土压  $p_0$  最后基本平衡，即有关系式

$$\eta_m \approx \eta_s, \quad A \approx \pi a^2, \quad p_2 \approx p_0 \quad (34)$$

(2) 位移的转化。

当式 (14)，式 (33) 和式 (34) 同时满足时，必有

$$\bar{\delta}_{ns} \approx 20 \bar{\delta}_{nm}, \quad \tilde{\delta}_{ns} \approx 20 \tilde{\delta}_{nm}, \quad \hat{\delta}_{ns} \approx 20 \hat{\delta}_{nm} \quad (35)$$

同理，按式 (6) 可做应力测量和转换。不过，从力学常识可知，由此得到的应力，其在砌衬上的准确性要好于在土体上的，但都不如位移好。因为，位移以及频率、临界载荷等是反映力学系统整体特性的量，按物理定律对系统进行等效简化处理后，哪怕局部有些缺陷，甚至面貌全非，其结果仍然是很准确的。不像求应力，对它要千万小心。比如，一根压杆，在它上面打几个小孔，或者把它等效成螺旋弹簧，结果对端点位移、最低固有频率、临界压力影响甚微，而应力分布就完全不同了。

正如黄黔教授很早就强调的那样 (上海大学讲学，1994)，关于隧道，土是复杂的，陷入其本构关系是死路一条，而我们真正应该关心的东西——砌衬是清楚的，地层移动规律是相对简单的。

## 4 结 语

假定实验用土与实际土的性质基本一致可能苛刻了些，但本文的处理方法避免了讨论复杂的本构关系，也不必担心大变形对平衡的影响。按该法进

行实验, 对了解盾构施工引起的地层移动、砌衬的强度和变形是合适的.

参 考 文 献

1 朱卫平, 胡珉, 郭平. 盾构叠交隧道地层移动分析. 力学与实践, 2003, 25 (4): 32~35 (Zhu Weiping, Hu Min, Guo Ping. Analysis of surface movement in advancing shield interchange tunnels. *Mechanics in Engineering*, 2003, 25(4): 32~35 (in Chinese))

2 刘建航, 侯学渊合著. 盾构法隧道. 北京: 中国铁道出版社, 1991 (Liu Jianhang, Hou Xueyuan. *Advancing Shield Tunnels*. Beijing: Chinese Railway Press, 1991 (in Chinese))

3 孙钧, 侯学渊主编. 地下结构 (下册). 北京: 科学出版社, 1988. 875~939 (Sun Jun, Hou Xueyuan. *Foundation Structures (II)*. Beijing: Science Press, 1988. 875~939 (in Chinese))

4 钱伟长著. 应用数学. 合肥: 安徽科学技术出版社, 1993. 145~239 (Chien Weizang. *Applied Mathematics*. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 1993. 145~239 (in Chinese))

SIMILARITY FORMULAE OF MODEL TESTING IN ADVANCING SHIELD TUNNELS

ZHU Weiping

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract** The similarity formulae of model testing in advancing shield tunnels are proposed based on the Goodierian theory. Many practical factors such as the advancing pressure and speed, the soil pressure, the soil discharging and losing ratio, and the infused mud quantities are included in them. The viscosity-elasticity-plasticity property as well as the large deformation of the soft soil are considered in the discussion. The formulae can be used to design the testing model and to process the testing data.

**Key words** advancing shield tunnels, model testing, similarity formulae

~~~~~

(上接第 17 页)

rigid bar, the sprocket as a rigid polygon, and the roller between any two links as a revolving joint. The system is a closed kinematic chain of rigid bodies connected by revolving joints. The gear constraint is treated as a variable constraint. When the link meshes with the sprocket, the constraint force between the link and the sprocket is determined by testing. If the force is positive, the constraint is treated as a fixed constraint, otherwise the link leaves the sprocket. Lagrange's equation of motion is solved with Runge-Kutta method. Different driving processes are simulated and analyzed. The phenomenon of locking is explained, and two treatments to avoid locking of the system are proposed and analyzed.

**Key words** chain-sprocket system, dynamics, simulation, multi rigid body model, locking