

$$f_{nx} = \rho_h f_{sx} + f_x \quad (6)$$

$$f_{ny} = \rho_v f_{sy} + f_y \quad (7)$$

假设钢筋不承担剪力即 $\tau_s = 0$, 则有 $\tau = \tau_c$.

由板的外力求得 τ 、 f_{nx} 、 f_{ny} , 由测得的钢筋应变求得 $\rho_h f_{sx}$ 、 $\rho_v f_{sy}$, 由 (6)、(7) 式导出砼板的应力 τ_c 、 f_x 、 f_y , 根据莫尔应力圆求出其它参数.

试验墙 $\tau = P/bl_w$, $f_{nx} = 0$, $f_{ny} = 0.1f_c$, 分析可得

$$f_d = \rho_h f_{sx} + \rho_v^* f_{sy} + 0.1f_c \quad (8)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\rho_v^* f_{sy} + 0.1f_c}{\rho_h f_{sx}} \quad (9)$$

式中, ρ_h 为腹板横向配筋率, ρ_v^* 计入暗柱纵筋一半后的腹板配筋率.

2.2 变形协调条件

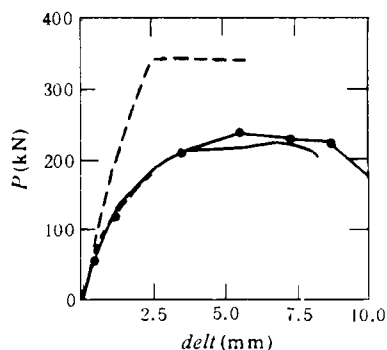
因钢筋砼板的应变与钢筋板、煤矸石砼板的应变相同, 则根据莫尔应变圆分析可得

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_h + \varepsilon_d) \cot^2 \alpha - \varepsilon_d \quad (10)$$

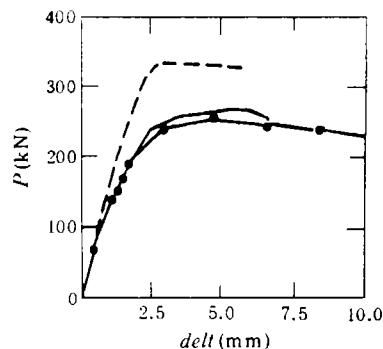
ε_v 为纵向钢筋拉应变, ε_h 为横向钢筋拉应变, ε_d 为砼斜压柱斜向压应变.

根据以上分析, 结合软化煤矸石砼应力-应变关系, 本文对六榀试验煤矸石砼低剪力墙进行了荷载-位移的全过程分析, 其中两榀试验墙的计算结果与试验结果对比如下:

直线连接起试验点的曲线为试验结果, 实曲线为考虑横向应变 ε_h 采用本程序的计算结果, 虚线为采用文献 [2] 的理论忽略 ε_h 的计算结果.



(a)



(b)

图 3 P-Δ 骨架曲线计算结果与试验结果比较

分析可知, 对于煤矸石砼低剪力墙来说, 由于其弹性模量比较低, 与普通混凝土比较, 相同应力情况下应变比较大, 所以在对其性能进行计算时不能忽略横向应变 ε_h , 否则会过高估计剪力墙的抗剪强度. 采用本文建议的应力-应变关系, 并考虑横向应变 ε_h 的计算模型能够比较好地预测钢筋煤矸石砼低剪力墙的抗剪极限强度及受力全过程性能.

3 抗剪极限强度的简化计算

目前关于轻砼剪力墙抗剪强度的建议公式有许多, 但这些公式提出时都没有煤矸石砼低剪力墙的试验数据验证, 本文在这些建议公式和现有试验资料的基础上, 提出了适用于钢筋煤矸石砼低剪力墙的抗剪强度的计算公式.

3.1 计算模型

由前述可知, 应用桁架模型理论分析低剪力墙可以取得好的结果, 故此假设:

- (1) 纵向钢筋不承担剪力, 剪力由砼和横向钢筋共同承担;
- (2) 横截面上剪应力均匀分布.

3.2 建议公式

经理论分析和回归现有试验结果, 建议对剪跨比 $m < 1.5$ 的钢筋煤矸石混凝土低剪力墙在地震荷载作用下抗剪强度计算采用下式

$$P_w = \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.44f_c b h + 0.2N + 0.7\rho_h f_{yv} b h) \quad (11)$$

其中 $\gamma_{RE} = 0.9$.

3.3 公式适用范围

计算模型中假设了剪力墙达到极限状态时所有钢筋都屈服, 所以当 $\rho_h f_{yv}$ 很大时, 如果仍用该公式计算的话就会出现错误, 因为此时剪力墙事实上要发生超筋破坏, 也就是在钢筋充分发挥作用

之前,剪力墙就会发生斜压破坏.建议按照混凝土规范的方法限制剪力墙受剪截面条件,即 $P_w \leq 1/\gamma_{RE}(0.2f_cbh)$;剪力墙配筋也不能太少,否则会因钢筋过早屈服发生少筋破坏,剪力墙的最小配筋率为 0.25%.

采用本文建议公式计算太原工业大学土木系 1992 年 7 月的六榀试验墙和沈阳建工学院建筑工程研究所 1989 年 9 月的四榀试验墙,计算值与试验值比值的平均值为 0.958,标准差为 0.08,离散率为 0.084,与其它建议公式的计算结果比较可知,本文的建议公式能够更好地计算出钢筋煤矸石砼低剪力墙的抗剪承载能力.

参 考 文 献

- 1 Vecchio F, Collins M P. The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal

Stresses. Department of Civil Engineering, University of Toronto, March 1982

- 2 Hsu T T C, Mo Y L. Softening of concrete in low-rise shearwalls. *ACI Journal*, Nov-Dec, 1985
- 3 Wang Fuming, Zeng Jianmin, Ma Fu. Behavior of Self-Combusted Gangue Reinforced Concrete Frames under Cyclic Loading. Proceedings of International Symposium on Concrete Engineering, Nanjing, Sept, 1991
- 4 张殿惠, 罗启华等. 煤矸石砼剪力墙在低周反复荷载作用下抗震性能的试验研究. 沈阳建工学院建筑工程系, 1989, 11
- 5 顾万黎. 轻骨料混凝土应力 - 应变全曲线的试验研究. 中国建筑科学研究院建筑结构研究所, 1991, 4
- 6 谭学民. 钢筋煤矸石混凝土低剪力墙抗震性能研究. 太原工业大学硕士学位论文, 1992, 9

(1993 年 6 月 15 日收到第 1 稿,
1994 年 1 月 8 日收到修改稿)

周期桶状垫圈全平面应变问题¹⁾

李 星

(宁夏大学, 银川 750021)

摘要 本文运用 Muskhelishvili 复变方法研究周期桶状垫圈全平面应变问题. 将此特殊的三维弹性问题归结为求解三个复应力函数所满足的解析函数边值问题. 对相同材料和不同材料 (但 $\mu^+ = \mu^-$) 两类问题分别进行了讨论, 并获得了其封闭解.

关键词 周期, 弹性, 垫圈, 全平面应变

1 引 言

复变函数方法是解决平面弹性问题行之有效的方法^[1-4]. 垫圈问题在实际工程中常常遇到^[3,4]. 文 [5,6] 运用复变函数方法研究了平面弹性垫圈对裂纹的影响. 但用该方法研究全平面应变问题者不多, 仅见文 [7,8] 等从理论上分析和证明了某些全平面应变问题解的存在与唯一性. 本文借助周期 Riemann 边值问题的解, 分别给出了相同材料和不同材料 (但 $\mu^+ = \mu^-$) 周期镶嵌桶状垫圈全平面应变

问题的封闭解, 并给出一些特例.

弹性平衡镶嵌体中应力场为

$$\sigma_1 = \sigma_1(x_1, x_2), \sigma_2 = \sigma_2(x_1, x_2), \tau_{12} = \tau_{12}(x_1, x_2),$$

$$\tau_{13} = \tau_{13}(x_1, x_2), \tau_{23} = \tau_{23}(x_1, x_2)$$

应变场为

$$e_1, e_2, e_3, \gamma_{12}/2, \gamma_{13}/2, \gamma_{23}/2, \text{ 且 } e_3 = \text{常数}$$

由文 [8] 知上述弹性系统可分解为下列相互独立的两组弹性系统

$$(I) \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_1(x_1, x_2), \sigma_2 = \sigma_2(x_1, x_2) \\ \tau_{12} = \tau_{12}(x_1, x_2), \tau_{13} = \tau_{23} = 0, e_3 = \text{常数} \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} \tau_{13} = \tau_{13}(x_1, x_2), \tau_{23} = \tau_{23}(x_1, x_2) \\ \sigma_1 = \sigma_2 = e_3 = \tau_{12} = 0 \end{cases}$$

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目.

(a) 弹性系统的应力与位移分量之间的关系式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 + \sigma_2 &= 4\operatorname{Re}\Phi(\bullet), z = x_1 + ix_2, i = \sqrt{-1} \\ \sigma_2 - \sigma_1 + 2i\tau_{12} &= 2[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)] \\ 2\mu(u + iv) &= \kappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} - 2\mu\nu e_3 z \\ \sigma_3 &= 2\mu(1 + \nu)e_3 + \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \\ W &= e_3 x_3, \Phi(z) = \varphi'(z), \Psi(z) = \psi'(z) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, κ 为弹性杨氏模数, μ 为剪切模数, ν 为 Poisson 比.

(b) 弹性系统的应力与位移分量公式

$$\left. \begin{aligned} \tau_{13} - i\tau_{23} &= 2\mu F'(z) \\ W &= F(z) + \overline{F(z)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

所讨论的模型如图 1. 在无限大体中嵌入桶状垫圈, 横截面记为 S , 垫圈在 S 面上周期基本带 $P_0: |x_1| < \frac{1}{2}a\pi$ ($a\pi$ 为基本周期) 内的交界线记为 L_1 和 L_2 , 且记 $L = L_1 + L_2$. L_1, L_2 是任意形状封闭光滑曲线, 分别取逆时针向和顺时针向为正向, L_1 与 L_2 所围内域记为 $S_{10}^+, S^+ = S_{10}^+ \cup S_{10}^+$ 的周期合同域, $S^- = S - S^+$. L_2 所围内域记为 $S_{20}^-, S_2^- = S_{20}^- \cup S_{20}^-$ 的周期合同域, $S_1^- = S^- - S_2^-$. 所要讨论的问题是: 已知 L_j 两侧的水平周期位移差: $g_j(t) = (u_j^+ + iv_j^+) - (u_j^- + iv_j^-), t \in L_j, (j = 1, 2)$, 且 $g_j'(t) \in H$; 纵向 (x_3 方向) 周期位移差 $W_j(t), (j = 1, 2)$. 还假定 S 上例如 $z = -\infty i$ 处的应力为 σ_+, τ_+, h_+ , 求弹性平衡.

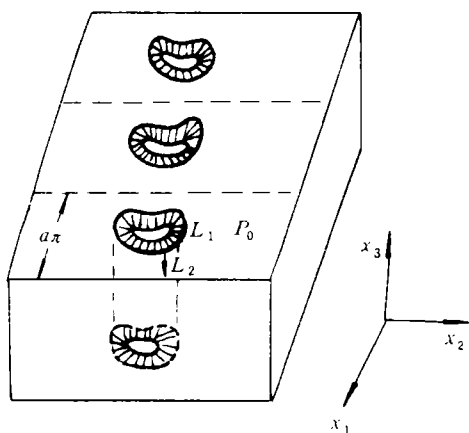


图 1

2 相同材料情况

此时有边值

$$\varphi^+(t) + t\overline{\varphi'^+(t)} + \overline{\psi^+(t)} = \varphi^-(t) + t\overline{\varphi'^-(t)} + \overline{\psi^-(t)}, \quad t \in L + ak\pi \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \kappa\varphi^+(t) - t\overline{\varphi'^+(t)} - \overline{\psi^+(t)} \\ = \kappa\varphi^-(t) - t\overline{\varphi'^-(t)} - \overline{\psi^-(t)} + 2\mu g(t), \end{aligned} \quad t \in L + ak\pi \quad (4)$$

$$F^+(t) - \overline{F^+(t)} = F^-(t) - \overline{F^-(t)}, \quad t \in L + ak\pi \quad (5)$$

$k = 0, \pm 1, \dots$

$$F^+(t) + \overline{F^+(t)} = F^-(t) + \overline{F^-(t)} + W(t) \quad t \in L + ak\pi \quad (6)$$

其中, $g(t) = g_j(t), t \in L_j; W(t) = W_j(t), t \in L_j (j = 1, 2)$.

对于弹性状态 (a), 虽应力是周期分布的, 但是复应力函数 $\varphi(z), \psi(z)$ 不一定是周期函数, 作变换^[3]

$$\varphi(z) = \varphi_0(z) + \beta z, \quad \beta = \frac{1}{4}(h_+ + \sigma_+) - \frac{i\tau_+}{\kappa + 1} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi(z) &= \psi_0(z) - z\overline{\varphi'_0(z)} + (\kappa\bar{\beta} - \beta - q)z \\ q &= \frac{1}{4}[(\kappa + 1)h_- - (3 - \kappa)\sigma_+] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

保证了 $\varphi_0(z), \psi_0(z)$ 为周期分区全纯函数.

由 (3), (4) 整理得

$$\varphi_0^+(t) - \varphi_0^-(t) = 2Eg(t), \quad t \in L, \quad E = \frac{\mu}{\kappa + 1} \quad (9)$$

$$\psi_0^+(t) - \psi_0^-(t) = 2Eh_0(t), \quad t \in L \quad (10)$$

$$h_0(t) = -\overline{g'(t)} + (t - \bar{t})g'(t) \quad (11)$$

(9)、(10) 显然都是周期 Riemann 跳跃边值问题, 故满足要求的解为

$$\varphi_0(z) = \frac{E}{a\pi i} \sum_{j=1}^2 \int_{L_j} g_j(t) \operatorname{ctg} \frac{t-z}{a} dt \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \psi_0(z) &= \frac{E}{a\pi i} \sum_{j=1}^2 \int_{L_j} [(t - \bar{t})g_j'(t) - \overline{g_j(t)}] \\ &\quad \operatorname{ctg} \frac{t-z}{a} dt \end{aligned} \quad (13)$$

由 (2) 知 $F(z)$ 是周期为 $a\pi$ 的周期函数.

(5)、(6) 两式相加得

$$F^+(t) = F^-(t) + \frac{1}{2}W(t), \quad t \in L \quad (14)$$