4 龚伟安. 液压下的管柱弯曲问题. 石油钻采工艺, 1988, 10(3): 11~22

5 崔孝秉等. 套管柱稳定性问题研究. 石油学报, 1998, 19(1): 114~118

6 铁木辛柯. 弹性稳定理论. 北京: 科学出版社, 1958. 81~120

CACULATION OF CRITICAL BUCKLING LOAD FOR CASING STRING SUBJECTED TO LIQUID PRESSURE BY ENERGY METHOD

SHU Hengmu
(University of Petroleum, Shandong Dongying, 257062, China)

Abstract This paper presents an energy equilibrium equation of casing string subjected to liquid pressure and the corresponding critical buckling load formula. The obtained result is lower than other reported values. The internal and external pressure on buckling of casing string is equivalent to an axial force and a liquid string weight force. If the two ends of long and thin casing string containing internal pressure are sealed, the internal pressure does not contribute to the critical buckling load. The result can be used by the designers and constructors of oil wells.

Key words casing string, buckling, critical load, energy method

智能结构载荷识别的有限元反分析方法[1)]

王书法
(中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

邬月琴
(武汉水利电力大学, 武汉 430072)

李卓球
(武汉工业大学, 武汉 430070)

摘要 利用阻尼最小二乘法建立了一种识别作用于结构上的载荷的大小和位置等参数的反分析方法. 该方法能够根据结构中部分点的位移测量值进行载荷识别, 并与有限元法和有限差分法相结合以增强它的适用性. 算例表明该方法的有效性.

关键词 智能结构, 载荷识别, 反分析, 最小二乘法

智能结构是当今的一个研究热点, 它的最基本特征是具有自诊断功能和自适应功能. 自诊断功能指结构能够根据外界环境变化引起的响应识别出导致响应的起因, 是结构实现智能化的前提. 自诊断功能的实现过程从数学本质上讲是一个反问题求解的过程. 一般来说, 智能结构感知的信息是有限的、离散的, 并含有一定的误差, 如何根据有限的、含有误差的离散信息反推出起因便是自诊断功能要解决的问题.

对结构承受的未知载荷识别问题是工程实际中经常碰到的问题, 结构的载荷识别是智能结构自诊断功能要完成的重要任务之一. 本文研究的问题是如何根据结构承受载荷时其内部有限点的位移测量值识别出作用于结构的载荷.

1 阻尼最小二乘法的基本思想 [2]

最小二乘法 (Gauss-Newton 法) 的迭代公式为

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - [\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\boldsymbol{J}(x^{(k)})]^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\cdot$$
$$\boldsymbol{f}(x^{(k)}) = x^{(k)} + \Delta x^{(k+1)} \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{J}(x)$ 称为 $\boldsymbol{f}(x)$ 在点 x 处的 Jacobi 矩阵.

最小二乘法的缺点是: (1) 有时矩阵 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x)\,\boldsymbol{J}(x)$ 是病态的, 求逆矩阵 $[\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x)\,\boldsymbol{J}(x)]^{-1}$ 有困难, 甚至不可能; (2) 有时公式中的搜索方向 $\Delta x^{(k+1)}$ 与 $x^{(k)}$ 处的梯度接近正交, 造成迭代进展缓慢, 或出现假收敛.

1) 国家自然科学基金资助项目 (59678002).
1999-06-25 收到第 1 稿, 1999-10-10 收到修改稿.

为了克服以上缺点，在迭代过程中增加一个同时控制搜索方向和步长的参数，即得到阻尼最小二乘法的迭代公式

$$x^{(k+1)}=x^{(k)}-[\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\boldsymbol{J}(x^{(k)})+\lambda_k\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\cdot\boldsymbol{f}(x^{(k)}) \tag{2}$$

在迭代初期 λ 可取一个很大的数，于是得

$$\left[\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\boldsymbol{J}(x^{(k)})+\lambda_k\boldsymbol{I}\right]^{-1}\approx(\lambda_k\boldsymbol{I})^{-1}=\frac{1}{\lambda_k}\boldsymbol{I} \tag{3}$$

从而 $\Delta x^{(k+1)}=-\dfrac{1}{\lambda_k}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(x^{(k)})\cdot\boldsymbol{f}(x)$ 即为最速下降的负梯度方向．第 $k+1$ 步的 λ_{k+1} 与上一步的 λ_k 相比是增加还是减少，根据目标函数值的变化情况来确定．

2 结构载荷识别的反分析方法

2.1 问题的描述

本文研究的载荷识别问题是：在结构承受未知载荷时，根据结构中部分点的位移信息反推出结构所承受载荷的参数 (如载荷大小、作用的位置坐标和载荷的方向等).

由于实际结构几何外形和边界条件等的复杂性，很多情况下难以得到结构对载荷响应的解析解．为了使研究的方法具有广泛的适用性，对结构进行力学分析时采用有限元法，一般有限元公式为

$$[\boldsymbol{K}]\{\boldsymbol{u}\}=\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\} \tag{4}$$

式中 $[\boldsymbol{K}]$ 为结构的刚度矩阵，$\{\boldsymbol{u}\}$ 为结构的位移列向量，$\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\}$ 为等效节点力向量，$\boldsymbol{X}$ 为描述结构所承受载荷的参数向量．在本文中由于载荷未知，所以 $\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\}$ 未知；另外由于在结构中只有部分点的位移已知，因此 $\{\boldsymbol{u}\}$ 也只有部分已知，一般情况下不可能通过式 (4) 求出参数向量 $\boldsymbol{X}$.

2.2 利用阻尼最小二乘法求解结构的载荷识别问题

以结构内若干点的位移计算值 $\{\boldsymbol{u}\}$ 和实测值 $\{\bar{\boldsymbol{u}}\}$ 之差的平方和加上阻尼项作为目标函数，即

$$O(\boldsymbol{X})=\{\boldsymbol{u}-\bar{\boldsymbol{u}}\}^{\mathrm{T}}\{\boldsymbol{u}-\bar{\boldsymbol{u}}\}+\{\Delta\boldsymbol{X}\}^{\mathrm{T}}\lambda\boldsymbol{I}\{\Delta\boldsymbol{X}\} \tag{5}$$

使得目标函数 $O(\boldsymbol{X})\to\min$ 便可求得参数向量 $\boldsymbol{X}$.

在第 k 步迭代时，记位移列向量为 $\{\boldsymbol{u}^k\}$，参数向量为 $\{\boldsymbol{X}^k\}$，将位移列向量 $\{\boldsymbol{u}^k\}$ 在参数向量为 $\{\boldsymbol{X}^k\}$ 邻域内展开成级数形式，并略去二阶以上得微量得

$$\{\boldsymbol{u}^k\}=\{\boldsymbol{u}^{k-1}\}+\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial\boldsymbol{X}}\{\boldsymbol{X}^k-\boldsymbol{X}^{k-1}\}=\{\boldsymbol{u}^{k-1}\}+\boldsymbol{J}\cdot\{\boldsymbol{X}^k-\boldsymbol{X}^{k-1}\} \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{J}$ 为位移 $\{\boldsymbol{u}^k\}$ 在参数 $\{\boldsymbol{X}^k\}$ 处的 Jacobi 矩阵，通过有限差分法近似求得，具体做法为

$$J_{ij}=\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\approx\frac{\Delta u_i}{\Delta x_j}=\Big[u_i(x_1,x_2,\cdots,x_j+\Delta x_j,\cdots x_n)-u_i(x_1,x_2,\cdots,x_j,\cdots x_n)\Big]\Big/(\Delta x_j) \tag{7}$$

式中的位移 u_i 通过式 (4) 计算求得.

令目标函数的一阶导数为零，得

$$[\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}^{(k)})\boldsymbol{J}(\boldsymbol{X}^{(k)})+\lambda_k\boldsymbol{I}]\{\Delta\boldsymbol{X}^{(k)}\}=-\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}^{(k)})\cdot\{\boldsymbol{u}^{k-1}-\bar{\boldsymbol{u}}\} \tag{8}$$

则

$$\{\Delta\boldsymbol{X}^{(k)}\}=-[\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}^{(k)})\boldsymbol{J}(\boldsymbol{X}^{(k)})+\lambda_k\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}^{(k)})\cdot\{\boldsymbol{u}^{k-1}-\bar{\boldsymbol{u}}\} \tag{9}$$

故有

$$\{\boldsymbol{X}^{(k)}\}=\{\boldsymbol{X}^{(k-1)}\}+\{\Delta\boldsymbol{X}^{(k)}\} \tag{10}$$

利用式 (8)、式 (9) 和式 (10) 迭代求解，直到满足精度要求为止.

为了兼顾整个值域内所有点的识别速度，识别参数 $\boldsymbol{X}$ 的迭代初始值一般取为该参数上下限的平均值．若参数值域为无界域，则识别参数 $\boldsymbol{X}$ 的迭代初始值可以通过试算后根据经验选取.

3 算　例

如图 1 所示的正方形板，四边夹支，边长为 0.4 m，厚 0.5 mm，弹性模量为 $E=210\,\mathrm{GPa}$，泊松比 $\mu=0.28$，板上作用着未知的横向集中载荷，要求识别的参数为力的大小 P 和作用点的位置坐标 (x,y)．实测值为板的横向位移即挠度，测点共有 9 个，若将整个结构看成一个单元，它们则布置在正方形板的 3×3 高斯点处．本算例的迭代初值分别取为：$P=50\,\mathrm{N}$，$x=0.20\,\mathrm{m}$，$y=0.20\,\mathrm{m}$．总共对 10 次随机的加载实验进行识别，识别结果见表 1.

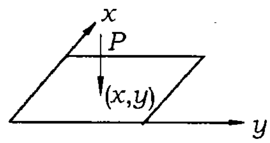

图 1 模型的几何外形及坐标的选取

从表 1 的计算结果对比可知：10 次实验的识别结果都能收敛到真值，而且识别结果的精确度完全能够满足工程实际的要求.

表 1　识别结果与实际值的对照表

识别结果			实际值			误差分析 (%)		
P/N	x/m	y/m	P^*/N	x^*/m	y^*/m	$\|\Delta x/x^*\|$	$\|\Delta y/y^*\|$	$\|\Delta P/P^*\|$
9.903	0.202	0.308	10.000	0.200	0.3000	0.97	1.00	2.67
8.862	0.196	0.196	9.000	0.200	0.200	1.53	2.00	2.00
7.915	0.112	0.128	8.000	0.110	0.130	1.06	1.82	1.54
6.889	0.321	0.082	7.000	0.320	0.080	1.59	0.31	2.50
5.873	0.316	0.0281	6.000	0.320	0.280	2.11	1.88	0.36
4.890	0.081	0.0306	5.000	0.080	0.310	2.20	1.25	1.94
4.085	0.203	0.102	4.000	0.200	0.100	2.12	1.50	2.00
2.927	0.342	0.203	3.000	0.340	0.20	2.43	0.59	1.50
2.011	0.368	0.368	2.000	0.380	0.380	0.55	3.16	3.16
1.008	0.079	0.079	1.000	0.080	0.080	0.80	1.25	1.25

4 结束语

本文提出的关于结构载荷识别的有限元反分析方法通过对部分位移的拟合能够同时识别出表征载荷特性的多个参数，而且识别结果的精度很好. 另外，在对结构进行力学分析时采用的有限元法和求 Jacobi 矩阵时采用的有限差分法通用性都很好，因此该方法的实用性也很好，几乎不受结构的几何特性和边界条件等的限制.

参 考 文 献

1 Maniatty A, Zabaras N, Stelson K. Method for solving inverse elastoviscoplastic problem. *J Eng Mech Div ASCE*, 1989, 112: 2216~2231

2 薛履中. 工程最优化技术. 天津：天津大学出版社，1988

3 黄光远，刘小军. 数学物理反问题. 济南：山东科学技术出版社，1993

FINITE ELEMENT INVERSE ANALYSIS OF LOAD IDENTIFICATION FOR INTELLIGENT STRUCTURES

WANG Shufa

(Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

WU Yueqin

(Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, Wuhan 430072, China)

LI Zhuoqiu

(Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract Based on the least square method, a method is presented to identify the load on the structure by the displacements of some points in the structure. The finite element method and the finite-differrence method are introduced to apply the method in practical Engineering problems. An example shows that the method is effective.

Key words intelligent structure, load identification, inverse analysis, the least square method

瞬态热传导方程精细积分方法中对称性的利用[1)]

顾元宪　陈飚松

(工业装备结构分析国家重点实验室；大连理工大学工程力学系，大连 116024)

摘要 采用精细积分法求解瞬态热传导方程时，对指数矩阵进行变换后使其具有对称性，利用这一特性可使存贮量和计算量降低一半. 变换后指数矩阵的带宽特性不变，采用子域精细积分可进一步提高算法的计算与存储效率.

关键词 瞬态热传导，精细积分，对称性

1) 国家自然科学基金 (19872017) 资助项目.

本文于 1999-11-01 收到.