

细长压杆屈曲实验平台设计及其在实验教学中的应用¹⁾

董康兴^{*,†,2)} 孟 博^{*} 姜民政^{*} 常思远^{*} 程天才^{**,3)}

^{*}(东北石油大学机械科学与工程学院, 黑龙江大庆 163318)

[†](东北石油大学高端油气智能装备与制造研究院, 黑龙江大庆 163318)

^{**}(内蒙古工业大学机械工程学院, 呼和浩特 010051)

摘要 实验教学是培养工科大学生实践和创新能力的重要手段, 如何在有限的实验条件下开展丰富的教学实验、关联更多的理论知识点是力学实验亟需解决的问题。本文以材料力学中常见的压杆屈曲问题为例, 构建了压杆屈曲实验平台, 主要包括压杆屈曲实验和力学仿真两个模块, 通过压杆屈曲实验案例展示了该平台用于开展教学实验的过程。结果表明, 该实验装置可操作性强, 学生能够直观地观察到压杆由稳定到正弦屈曲再到螺旋屈曲的全过程, 同时能够测试压杆径向位移、应变等多个参数, 仿真实验能够在不受时空、设备限制下更直观地实现实验过程的再现和拓展。本实验具有一定的趣味性和专业性, 利用教学实验能够激发学生对材料力学的学习兴趣, 加强学生对多个关联知识的理解, 也能够锻炼学生的动手实践能力。

关键词 细长压杆, 实验平台, 力学仿真, 实验教学

中图分类号: O341 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-22-668

DESIGN AND TEACHING APPLICATION OF SLENDER COMPRESSION BAR BUCKLING EXPERIMENTAL PLATFORM¹⁾

DONG Kangxing^{*,†,2)} MENG Bo^{*} JIANG Minzheng^{*} CHANG Siyuan^{*} CHENG Tiancai^{**,3)}

^{*}(School of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, Heilongjiang, China)

[†](Research Institute of Oil and Gas Intelligent Equipment and Manufacturing, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, Heilongjiang, China)

^{**}(School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China)

Abstract Experimental teaching is an important means to cultivate the practice and innovation ability of engineering students. How to carry out rich teaching experiments and correlate more theoretical knowledge points in limited experimental conditions is an urgent problem to be solved in mechanical experiments. Taking the slender compression bar buckling problem in mechanics of materials as an example, a buckling experimental platform of compression bar is constructed, which includes two modules: buckling experiment of compression bar and mechanical simulation. The buckling experiment case of compression bar shows the process of using this platform to carry out teaching experiments. The results show that: the experimental device has strong operability. Students can intuitively observe the whole process of the compression bar from stability to sinusoidal buckling to helical buckling, and test the changes of several parameters such as the radial displacement and strain. The simulation experiment can achieve more intuitive reproduction and expansion of the experimental process without being limited by time, space or equipment conditions. This experiment is

2022-12-05 收到第 1 稿, 2023-02-03 收到修改稿。

1) 国家重点研发计划(2022YFE0206700), 黑龙江省高等教育教学改革项目(SJGY20210152), 教育部产学研合作协同育人项目(220600454243622)和内蒙古自治区本级事业单位引进高层次人才科研支持项目(DC2200001329)资助。

2) 董康兴, 副教授, 主要从事能源装备设计分析方面的教学与科研工作。E-mail: dongkangxing@163.com

3) 通讯作者: 程天才, 副教授, 主要从事杆柱力学分析等方面的研究工作。E-mail: tiancai0926@126.com

引用格式: 董康兴, 孟博, 姜民政等. 细长压杆屈曲实验平台设计及其在实验教学中的应用. 力学与实践, 2023, 45(4): 891-898

Dong Kangxing, Meng Bo, Jiang Minzheng, et al. Design and teaching application of slender compression bar buckling experimental platform. *Mechanics in Engineering*, 2023, 45(4): 891-898

interesting and professional to a certain extent. It can be useful to stimulate students' interest in the study of material mechanics, strengthen their understanding of multiple related knowledge, and also exercise students' practical ability through experiments.

Keywords slender compression bar, experimental platform, mechanical simulation, experimental teaching

材料力学是工科大学生必修的一门专业基础课程,主要讲授固体材料及其制成构件承受载荷时的应力、变形、破坏和稳定问题^[1]。材料力学教学实验是学生理解理论知识、提高工程实践能力和创新意识的关键环节^[2]。构件的稳定性是材料力学研究的三大任务之一,细长压杆的屈曲变形普遍存在于日常生活。早在19世纪,俄罗斯的克夫达敞开式桥因上弦杆压杆失稳而引起全桥破坏^[3];临床上在利用导丝给心脏病病人通过血管下入支架时,导丝可能受到较大的轴向力而产生弯曲^[4-5];生物医学中螺旋屈曲行为影响了肌动蛋白丝状体的极限长度^[6-7];在纳米材料领域,文献^[8-9]针对弹性衬底上硅纳米线的屈曲进行了实验和理论研究;在钻井工程中,当井下钻杆受到的轴向载荷超过失稳临界值时,下部钻杆在狭窄空间内可能发生屈曲变形,从而发生“自锁”现象,阻碍进一步钻井,严重时还会造成压杆的断裂现象^[10];在采油过程中,中性点以下抽油泵端上方的抽油杆承受的轴向力超过屈曲临界载荷阈值时,抽油杆与油管会发生偏磨现象,造成杆断、管漏等严重故障^[11]。

众多高校研制的压杆屈曲实验装置多用于开展课题研究,考虑到较多的工程因素,其结构过于复杂,可操作性难以适应开展教学实验,而一些验证性实验装置则缺少相应的测试手段^[12-13],难以满足教学分析的需要,造成学生在压杆失稳屈曲课程学习中面临着概念和规律抽象、难以理解等难题。为此,本文设计了一种易于观察压杆屈曲状态的实验装置,该装置结构简单、可操作性强、观察方便,学生可自行对实验方案、测试手段开展设计,同时结合计算机仿真技术,有利于学生机械设计、工程制图、机电控制、动手实践、数据分析等综合能力的提高,使学生更容易适应社会对人才的要求^[14-15]。

1 考虑外管约束的细长压杆屈曲理论

屈曲是一种不稳定的现象,指细长杆件在受

到压缩载荷时,因弯曲变形而造成的结构失效。屈曲分析分为线性屈曲和非线性屈曲。线性屈曲是以小位移小应变的线弹性理论为基础的,认为构件是无缺陷的、材料是理想线弹性的;非线性分析用于计算构件因初始缺陷、材料、几何、接触等引起的非线性屈曲,更接近工程中的真实结构^[16]。如图1所示,当存在外管筒约束时,随着轴向压力增加,压杆沿约束外管发生正弦屈曲;轴向载荷继续增加将使管柱正弦屈曲构形的横向变形增加,当载荷达到某一临界值时,管柱屈曲构形将会变成螺旋状,并与约束圆管的内壁持续接触^[12]。

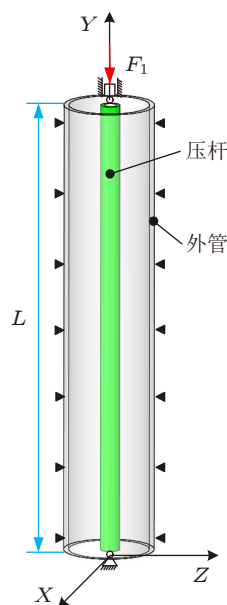


图1 外管约束压杆力学模型

1.1 细长压杆线性屈曲分析

当细长压杆轴向压力达到一定值时,压杆会突然弯曲而破坏,即产生屈曲现象。由材料力学理论可知,细长压杆失稳临界载荷为^[16]

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu L)^2} \quad (1)$$

式中, E 为压杆弹性模量; I 为压杆截面惯性矩; L 为压杆长度; μ 为压杆长度系数,两端铰支时

取 1, 一端固定一端自由时取 2, 两端固定时取 0.5, 一端固定一端铰支时取 0.7。

1.2 细长压杆与外管接触非线性屈曲分析

根据细长压杆发生正弦屈曲的临界载荷为^[17]

$$F_{ygr} = 2\sqrt{\frac{EIq}{r}} \quad (2)$$

式中, q 为单位长度重量, r 为约束外管内径。

发生螺旋屈曲的临界载荷为

$$F_{ych} = 4\sqrt{\frac{EIq}{r}} \quad (3)$$

2 压杆屈曲实验设计

2.1 压杆屈曲实验装置

本实验装置的设计以为材料力学压杆屈曲教学实验提供技术手段为主要目标, 兼顾为机械类专业学生开展课程设计、毕业设计提供硬件及平台支持。图 2 为压杆屈曲实验装置示意图, 实验装置由底座、框架、亚克力管、轴向加压装置、载荷传感器、位移传感器、控制模块等部分组成。底座提供支撑和约束作用, 传感器和电脑组成数据采集系统, 主要获取压杆变形图, 应变测试装置能够测试压杆屈曲变形应变。

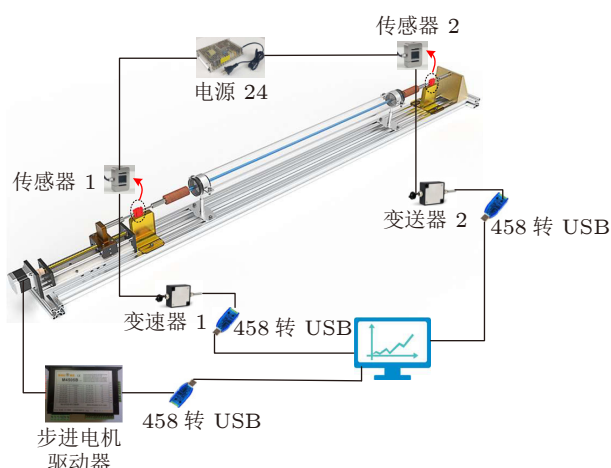


图 2 压杆屈曲实验装置

为易于学生观察和拍摄到清晰管柱动态屈曲, 圆形外管选用高透明亚克力管。压杆选取尼龙棒或根据教学实验选择其他弹性材料, 用不锈钢可调节刚性支架将模拟管柱固定在机械本体固定架上。载荷施加装置为设计的伺服控制四缸滑台, 其行程长度可达 100 mm, 利用滑动丝杠将电机

的旋转运动转变为往复直线运动。如图 3 所示, 该装置主要由步进电机、DSP 数字控制驱动器和调速控制器组成。数据采集系统如图 4 所示, 主要包括应变采集仪、重力拉压传感器、信号叠加放大器以及自开发数据显示程序等, 测量量程为 0~50 kg。



图 3 动力与控制装置图



图 4 数据测定与采集装置

搭建完成的压杆屈曲实验装置可通过滑台对压杆施加轴向压缩载荷 F , 随着载荷增大, 当载荷达到正弦屈曲临界载荷 F_{ygr} 时, 压杆会发生正弦屈曲, 学生可观察并绘制压杆的变形状态及与透明外管的接触情况, 并记录压杆应变与轴向位移等参数; 当压缩载荷达到螺旋屈曲临界载荷 F_{ych} 时, 压杆会发生螺旋屈曲。通过查询压杆弹性模量 E , 测量压杆直径 d 和长度 L , 计算压杆惯性矩 I 和重量 q , 测量约束外管内径 r , 可由理论模型中式 (1)~式 (3) 计算线性屈曲、非线性正弦屈曲和螺旋屈曲理论值, 并与实验值对比, 得到实验误差。

与常规教学实验平台相比, 由于实验装置为自行搭建, 具有可操作性强、成本低、维修方便的优势, 基于所搭建的实验平台, 可指导学生开展设计性实验, 学生可自行完成实验装置的组装和调试, 实验试件的选择与制作, 应变片的粘贴

与信号调试,实验结果的分析与处理等过程,更能发挥学生的主观能动性。学生可分组完成从实验方案设计,实验装置的组装,到实验测试等多课时的课程设计,亦可在调试好的装置上完成理论教学的验证性教学实验。

2.2 力学仿真实验

由于仿真实验不受时间、地点的限制,支持多人同时学习,且不受硬件限制,方便改变实验条件,力学仿真已经成为现代工程师进行结构设计与安全性分析的必备工具^[18]。针对压杆屈曲进行教学设计,可引导学生掌握利用有限元软件进行结构屈曲失稳的仿真,提高学生利用现代工具

解决复杂工程问题的能力。

采用 ANSYS 对压杆进行线性屈曲分析时,有限元模型尺寸与实验试件一致,压杆上端施加 1 N 载荷,上下两端可采用铰支、固支等约束方式;划分网格时,单元类型选择 beam188 单元,建立的有限元模型如图 5 所示。首先开展特征值屈曲分析,第一步进行静力分析,第二步进行特征值分析,选择“Buckle”分析步,采用分块兰索斯迭代方法,计算尼龙压杆变形图及临界屈曲载荷。学生可以开展不同材质(弹性模量和泊松比)、不同截面尺寸、不同长度、不同约束方式下的压杆特征值屈曲分析,得到不同临界载荷并与理论值进行对比分析。

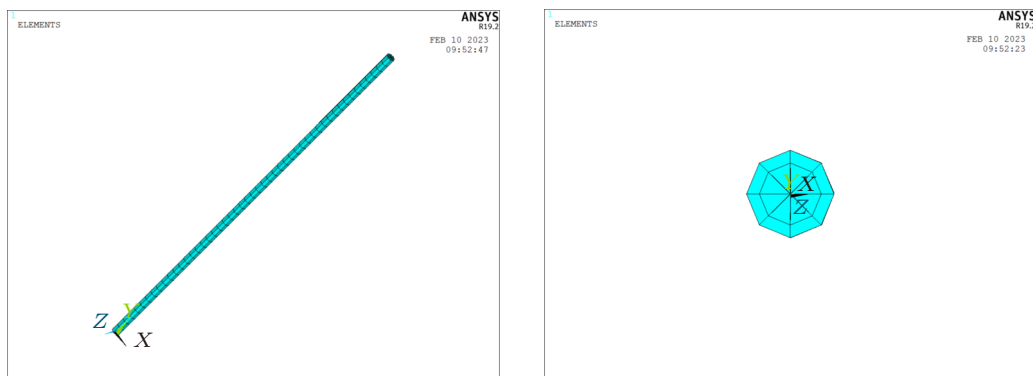


图 5 特征值屈曲分析有限元模型

非线性屈曲采用课题组提出的同心管柱接触非线性屈曲有限元模型与计算方法^[19],分析不同载荷、构件参数压杆屈曲的临界载荷、屈曲构型、

接触状态等参数的变化规律,有限元仿真模型如图 6 所示。

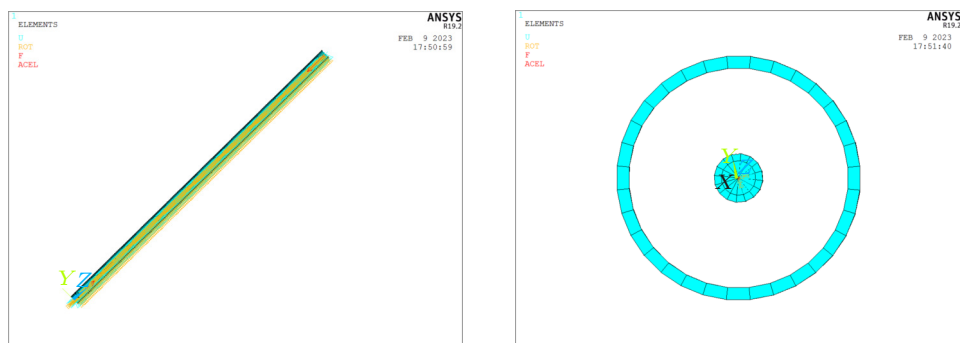


图 6 压杆非线性屈曲分析有限元模型

有限元非线性分析作为课堂理论分析拓展,对本科生而言具有一定难度,可由指导教师为学生建立初步模型,并制定仿真流程,由学生自行修改管柱结构、尺寸,开展参数标定,自行提取实验结果,进行后处理分析。由于本次实验结构

简单、影响因素少,仿真平台能够较为准确地对物模实验进行仿真模拟,以对仿真模型进行调试,并以此引导学生开展拓展实验。通过仿真实验,能够培养学生发现问题、分析问题和解决问题的能力,提高学生的科研能力和创新

水平, 为学生将来走向工作岗位进行工程结构设计和有限元分析提供扎实的基础。

3 教学实验案例分析

3.1 实验装置物模实验

3.1.1 实验操作过程

①选取长 1 m, 直径 12 mm 规格的尼龙棒进行压杆屈曲实验, 首先进行尼龙棒的安装, 通过调节管柱径向调节器, 调整亚克力外管、尼龙棒的中心轴线与载荷施加方向保持一致, 以免发生偏心弯曲现象。

②利用伺服控制装置, 施加轴向载荷, 步进电机速度设置为 2 r/min, 通过丝杠转换提供 0.16 mm/s 的直线位移, 将数据采集装置初始化, 准备数据采集, 随后打开控制电源, 施加轴向载荷。

③轴向载荷施加过程中, 上下两台压力传感

器记录轴向力大小, 位移传感器测试两端位移变化, 可绘制出载荷位移曲线, 便于后续分析, 应变测试仪可测试尼龙棒的轴向和径向应变, 为后续数值模拟验证提供依据。

压杆屈曲实验分为线性分析和非线性接触分析两项, 当进行线性屈曲分析时, 不安装外管, 仅对压杆施加压缩载荷, 当压杆承受的轴向载荷达到某一临界值不再升高时, 压杆丧失稳定, 此时轴向载荷即为临界失稳载荷 F_{cr} ; 开展非线性屈曲分析时, 需要安装外管, 加载过程中随时记录压杆发生变形的时间、载荷、接触状态等情况。

④为减少操作误差, 每组实验测试 8 次, 进行 8 组相同试件的实验并记录数据。最终在数据分析时可以考虑取平均值。

3.1.2 实验结果分析

通过以上实验过程, 得到线性屈曲与非线性屈曲载荷-位移曲线及临界载荷值如图 7 所示, 在实验过程中出现压杆特征屈曲构型如图 8 所示。

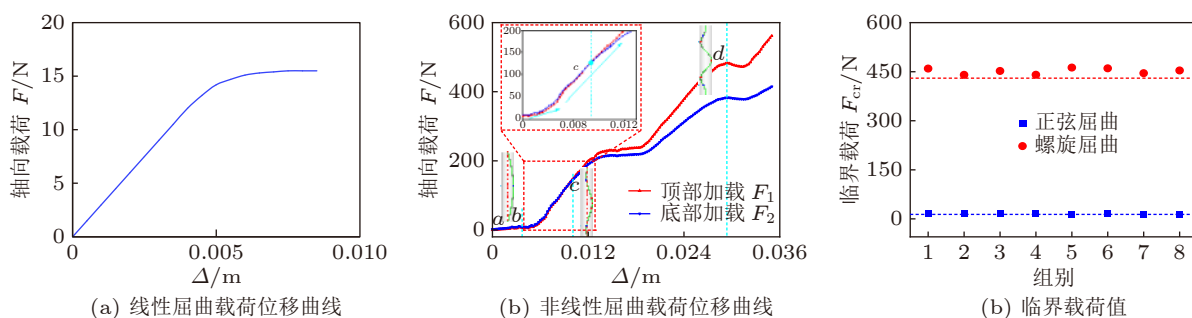


图 7 载荷-位移曲线与临界载荷值

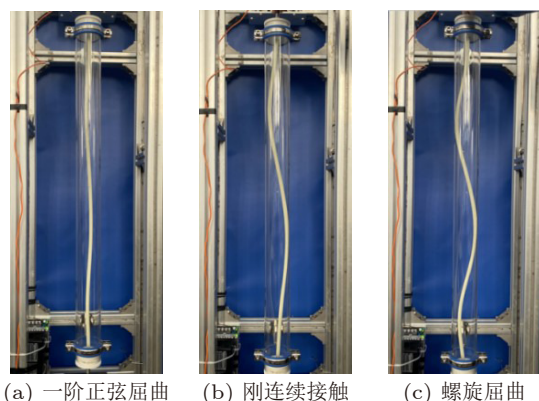


图 8 非线性屈曲实验过程中压杆屈曲构型

由图 7(a) 可以看出, 当压杆承受的轴向载荷较小时, 轴向变形量较小, 变形与载荷呈线性关系。随着载荷增加到一定值时, 压杆发生弯曲,

由于弯曲变形的出现, 轴向位移急剧增加, 载荷和位移不再呈线性关系, 载荷-位移曲线由陡直变平缓, 这一曲线与教材中提及的轴力-挠度曲线^[16]是一致的, 反映了压杆的失稳过程, 曲线的水平渐近线即为临界载荷的理论值。在图 7(b) 中, 压杆从起点 a 到点 b 保持其原始直线状态, 当轴向力加载到 b 点时, 压杆出现欧拉一阶正弦屈曲, 此时载荷实验值为 15.4 N, 根据理论公式 (1) 可计算出理论值为 14.8 N, 实验值比理论值大 3.9%, 实验中出现的正弦屈曲构型如图 8(a) 所示; 当轴力加载到 c 点时, 测试载荷为 133 N。从 b 点到 c 点, 两端的轴力几乎成线性增加, 压杆经历正弦屈曲及正弦与螺旋屈曲并存的过程, 其屈曲构型如图 8(b) 所示; 在 d 点处, 两端轴向有一

个突然的下降,说明此时压杆的屈曲构型有一个“跳跃性”突变,形成完全螺旋屈曲,载荷值为451.7 N,其屈曲构型如图8(c)所示。在实验过程中,不仅观察到约束杆的欧拉一阶屈曲(即内部压杆与外管内壁单点接触),而且清楚观察到压杆正弦到螺旋屈曲以及完全螺旋屈曲的全过程。进行8组实验之后,压杆的正弦与螺旋屈曲的临界载荷平均值分布如图7(c)所示。

3.2 力学仿真结果

利用商用有限元软件 ANSYS 对压杆屈曲变形进行有限元仿真分析。建立与物模实验相同结构和力学参数的仿真实验模型,利用特征值分析方法进行了线性屈曲分析,利用瞬态动力学法进

行了非线性接触分析,得到压杆屈曲构型,并得到了与物模实验相同构型时的载荷、接触力、应力等参数如图9和表1所示。

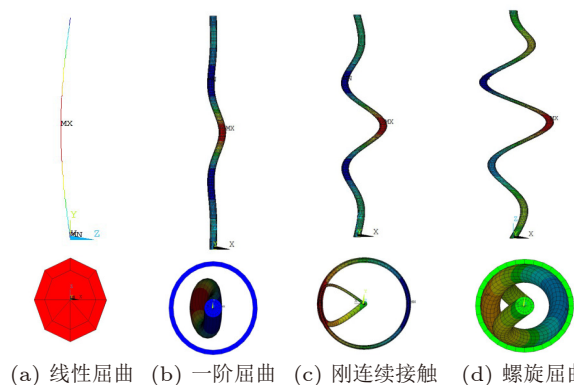


图9 不同载荷屈曲状态仿真结果(变形放大10倍)

表1 实验数据与仿真结果对比统计

数据项	仿真临界载荷/N	实验最大载荷/N	实验最小载荷/N	实验平均载荷值/N	最大载荷误差/%	最小载荷误差/%	平均值误差/%
正弦屈曲	14.8	15.8	14.8	15.4	9.59	1.37	5.48
螺旋屈曲	428.64	462.4	440.2	451.7	7.88	2.7	5.39

由表1可以看出,压杆正弦屈曲时仿真临界载荷与实验临界载荷平均误差为5.48%,螺旋屈曲临界载荷平均误差为5.39%,验证了仿真实验方法的合理性与正确性。因此学生可以使用此方法开展其他边界条件、其他压杆形式的压杆屈曲分析,同时可以指导学生对阻尼参数、网格数量调整,分析阻尼参数、网格大小对实验结果的影响,培养学生分析问题的能力。在力学仿真分析的过程中,可以发现内部压杆与外管内壁存在两点接触和三点接触的过程,且两点接触过程很快出现并消失。在3.1节的力学实验中两点接触很难观察到,三点接触对应图7(b)所示的压杆屈曲构型。通过实验和仿真分析的对比教学,能够让学生更为直观和精准地掌握内部压杆和外管内壁的接触过程以及压杆的屈曲构型,拓展了学生的知识面。

3.3 实施效果

本教学实验以东北石油大学国家一流专业——机械自动化专业为试点,先后开展了两批实验,共计28人参加。其中实验装置的搭建过程由第一批实验中两组10人攻关小组完成,经过与指导

教师讨论,一组学生完成装置的设计、计算、选型过程(如图10(a)和10(b)所示),另一组学生完成装置的装配与调试过程(如图10(c)所示),锻炼了学生查阅文献、方案设计、绘图和实际动手能力。

完成装置调试后,学生分组开展压杆失稳屈曲实验,学生分四组分别完成了不同约束条件(A组两端铰支、B组上端铰支下端固、C组上端固支下端铰支、D组两端固支)下不同屈曲构型及其临界载荷的实验测试与仿真计算,并进行了误差分析如图11所示。

由图11可以看出,在力学仿真分析中,通过精准地调试和标定阻尼值,最终各组实验值与仿真计算值误差均小于10%,取得了较好的实验效果,通过实验与仿真的开展,锻炼了学生发现问题、调试程序、数据分析能力。

实验结束后,通过课堂讨论的方法对学生实验过程中发现的问题及学习效果进行了分析和总结,总体上通过实验过程的开展,学生对压杆失稳、压杆屈曲、材料应力等课程概念及变化规律有了直观的理解。同时引导学生对仿真实验展开拓展思维,寻找工程实践中的压杆屈曲问题,讨

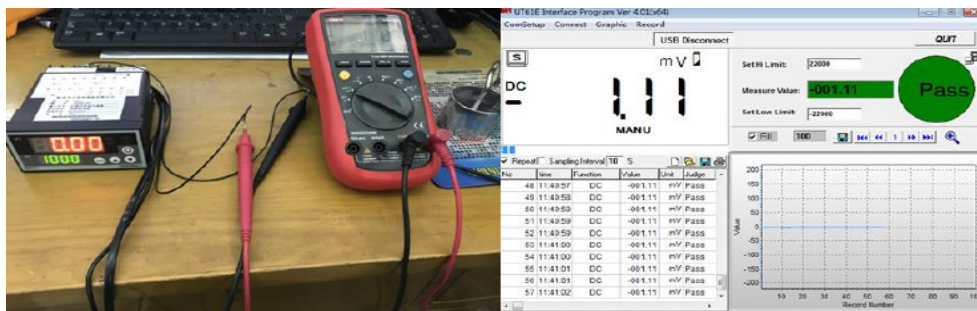
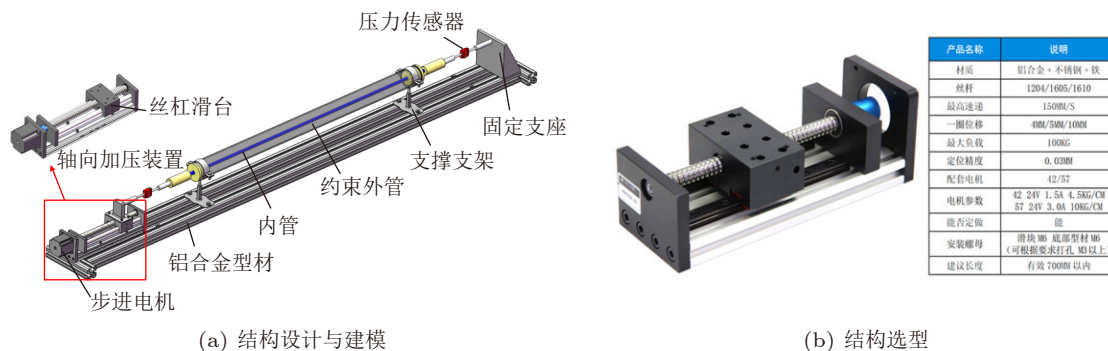


图 10 实验装置设计-选型-调试过程

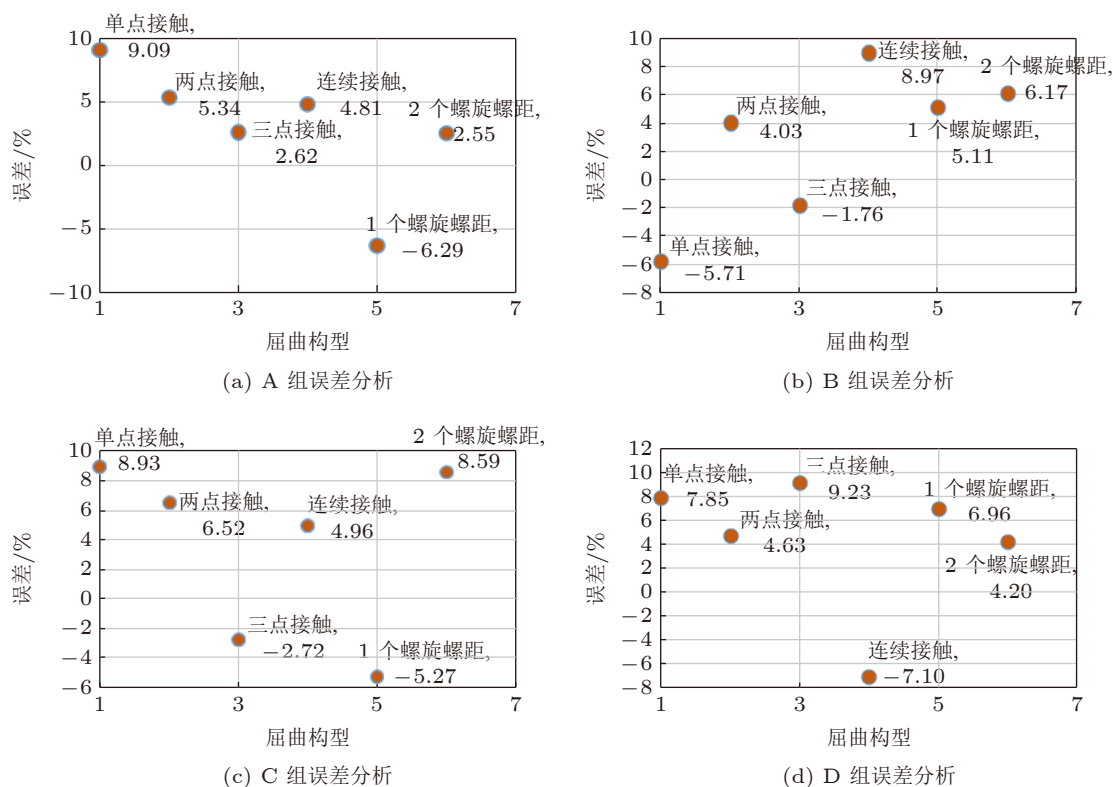


图 11 不同组实验与仿真临界载荷误差分布

论并制定仿真方案, 学生课后对工程问题开展进一步的仿真模拟。因此压杆屈曲问题逐渐由理论、实验向工程实践扩展, 这对运用基础理论知识向实践应用转化具有重要意义。

4 结论

本文所建立的细长压杆屈曲实验平台包括了物模实验和力学仿真实验两个模块。所建立的实

验装置能够让学生清晰地观察到加载过程中细长压杆由稳定到正弦屈曲再到螺旋屈曲的全过程,同时学生可参与装置的设计-装配-调试的制造过程,所提出的仿真实验可以单独完成以解决无法开展线下实验教学的难题,通过与实验结果对比,可初步培养学生的科研素养。该实验平台的应用能够充分调动学生参与积极性,巩固课堂理论知识点的理解,同时能够提高学生的实践能力和创新能力。

参 考 文 献

- 何巍,张宸,方棋洪等.基于数字图像相关方法的材料力学实验教学探索. *力学与实践*, 2022, 44(3): 687-692
He Wei, Zhang Chen, Fang Qihong, et al. Exploration on the teaching of experimental mechanics of materials based on digital image correlation method. *Mechanics in Engineering*, 2022, 44(3): 687-692 (in Chinese)
- 周凡,蒋文春,杜洋等.球壳外压屈曲实验平台与设计性实验教学应用. *实验室研究与探索*, 2020, 39(9): 128-131
Zhou Fan, Jiang Wenchun, Du yang, et al. Experimental platform of buckling spherical shell under external pressure and application of design experimental teaching. *Research and Exploration in Laboratory*, 2020, 39(9): 128-131 (in Chinese)
- 胡汉舟,叶梅新.桥梁事故及经验教训. *桥梁建设*, 2002(3): 71-75
Hu Hanzhou, Ye Meixin. Bridge accidents and lessons. *Bridge Construction*, 2002(3): 71-75 (in Chinese)
- Hirose H, Yamane K, Marhefka G, et al. Right ventricular rupture and tamponade caused by malposition of the Avalon cannula for venovenous extracorporeal membrane oxygenation. *Journal of Cardiothoracic Surgery*, 2012, 7(1): 36
- Bao X, Guo S, Xiao N, et al. Operation evaluation in-human of a novel remote controlled vascular interventional robot. *Biomedical Microdevices*, 2018, 20(2): 34
- Teng L. A mechanics model of microtubule buckling in living cells. *Journal of Biomechanics*, 2008, 41(8): 1722-1729
- Pronk S, Geissler PL, Fletcher DA. The limits of filopodium stability. *Physical Review Letters*, 2008, 100(25): 258102
- Ryu SY, Xiao J, Park WI, et al. Lateral buckling mechanics in silicon nanowires on elastomeric substrates. *Nano Letters*, 2009, 9(9): 3214-3219
- Xu F, Lu W, Zhu Y. Controlled 3d buckling of silicon nanowires for stretchable electronics. *Acs Nano*, 2011, 5(1): 672
- Cheng T, Jiang MZ, Dong KX, et al. Post-buckling analysis of two-layer contact concentric tubular strings in pipe. *Journal of Petroleum Science & Engineering*, 2021, 207: 109272
- Zhang Q, Jiang B, Huang WJ, et al. Effect of wellhead tension on buckling load of tubular strings in vertical wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018, 164: 351-361
- 岳久怀,刘巨保,付茂青.井筒内受压杆管后屈曲能量法分析与实验研究. *力学与实践*, 2015, 37(6): 713-718, 730
Yue Qianbei, Liu Jubao, Fu Maoqing. The energy method and experimental study of post-buckling of the pressurized rod string in wellbore. *Mechanics in Engineering*, 2015, 37(6): 713-718, 730 (in Chinese)
- 王长进,李子丰,李银朋等.充满液体的圆筒中受压屈曲杆柱旋转实验. *石油学报*, 2018(3): 341-348
Wang Changjin, Li Zifeng, Li Yinpeng, et al. Experiment on the rotation of compressional buckling column in the liquid-filled cylinder. *Acta Petrolei Sinica*, 2018(3): 341-348 (in Chinese)
- 鄢志丹,艾春伟,马士腾.基于FLUENT的连续波泥浆脉冲仿真实验研究. *实验技术与管理*, 2015(9): 61-63, 73
Yan Zhidan, Ai Chunwei, Ma Shiteng. Study on simulation experiment of continuous wave mud pulses based on FLUENT. *Experimental Technology and Management*, 2015(9): 61-63, 73 (in Chinese)
- 曲淑英,周志新,吴江龙等.工程力学虚拟仿真实验教学中心资源建设. *实验室研究与探索*, 2017, 36(12): 172-175
Qu Shuying, Zhou Zhixin, Wu Jianglong, et al. Resources construction of engineering mechanics virtual simulation experiment teaching center. *Research and Exploration in Laboratory*, 2017, 36(12): 172-175 (in Chinese)
- 刘鸿文.材料力学,第六版.北京:高等教育出版社,2017
Liu Hongwen. Mechanics of Materials, 6th edn. Beijing: Higher Education Press, 2017 (in Chinese)
- 郭建华,余朝毅,唐庚等.高温高压高酸性气井完井管柱优化设计. *天然气工业*, 2011, 31(5): 70-72, 120-121
Guo Jianhua, She Chaoyi, Tang Geng, et al. Optimal design and application of completion strings in a HTHP gas well. *Natural Gas Industry*, 2011, 31(5): 70-72, 120-121 (in Chinese)
- 赵慧磊,钱才富.大型储罐外压稳定性. *辽宁工程技术大学学报*, 2009, 28(s1): 280-282
Zhao Huilei, Qian Caifu. Stability of large storage tank subjected to external pressure. *Journal of Liaoning Technical University*, 2009, 28(s1): 280-282 (in Chinese)
- 程天才.垂直管内同心管柱接触非线性屈曲研究. [博士论文]. 大庆:东北石油大学, 2021
Cheng Tiancai. Study on contact nonlinear buckling of concentric pipe string in vertical pipe. [PhD Thesis]. Daqing: Northeast Petroleum University, 2021 (in Chinese)

(责任编辑:胡漫)