

考虑摆动腿动态的变长度柔性双足机器人 步态切换控制研究¹⁾

廖发康²⁾ 周亚丽³⁾ 张奇志⁴⁾

(北京信息科技大学自动化学院, 北京 100192)

摘要 弹簧负载倒立摆模型是一种典型的双足行走模型, 已经成为研究机器人人类行走的基础。本文在此模型的基础上进行了扩展, 通过添加刚性躯干、脚质量及采用变长度伸缩腿, 充分考虑了躯干及摆动腿动力学对机器人行走步态的影响。首先, 利用欧拉-拉格朗日法推导了动力学方程。其次, 设计了反馈线性化控制器来跟踪目标轨迹, 以及调节摆动腿和躯干的姿态。第三, 提出了步态切换策略, 通过控制腿部长度和髋关节力矩来实现步态切换, 从而改变平均行走速度。最后, 通过计算机仿真验证了该方法的有效性。仿真结果表明: 该控制策略能够有效地跟踪系统的期望轨迹及实现两种自然步态之间的切换, 并形成稳定的极限环, 实现机器人的稳定行走。

关键词 双足机器人, 躯干, 摆动腿动力学, 步态切换, 可变腿长度, 髋关节力矩

中图分类号: TP242.6 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-21-394

GAIT TRANSITION CONTROL OF FLEXIBLE BIPED ROBOT WITH VARIABLE LEG LENGTH AND SWING LEG DYNAMICS¹⁾

LIAO Fakang²⁾ ZHOU Yali³⁾ ZHANG Qizhi⁴⁾

(School of Automation, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract The spring-loaded inverted pendulum (SLIP) model is a typical biped walking model, which has been the basis for the study of human-like walking robots. In this paper, we extend the SLIP model to include a rigid torso, foot mass and to adopt telescopic legs of variable length. The influence of the dynamics of the torso and swing leg on the gait of the robot is fully considered. Firstly, the dynamic equations are derived using the Euler-Lagrange method. Secondly, the feedback linearization controller is designed to track the desired trajectory and regulate the swing leg orientation and the attitude of the torso. Thirdly, the gait switching strategy is presented to realize walking gait transition by controlling the legs length and the hip torques, thus the average walking speed can be changed. Finally, computer simulations are carried out to verify the effectiveness of the presented method. Simulation results show that the controller is effective for tracking the desired trajectory of the system and realize the transition between two natural gaits. Furthermore, a stable limit cycle is formed and the robot can walk stably.

Keywords biped robot, torso, swing leg dynamics, gait transition, variable leg length, hip torque

2021-09-18 收到第 1 稿, 2021-12-16 收到修改稿。

1) 国家自然科学基金资助项目 (12172059)。

2) 廖发康, 硕士研究生, 研究方向为机器人控制。E-mail: liaofakang@sina.com

3) 周亚丽, 教授, 研究方向为机器人控制及信号处理。E-mail: zhouyali@bistu.edu.cn

4) 张奇志, 教授, 研究方向为机器人动力学与控制。E-mail: zqzbim@163.com

引用格式: 廖发康, 周亚丽, 张奇志. 考虑摆动腿动态的变长度柔性双足机器人步态切换控制研究. 力学与实践, 2022, 44(3): 605-617

Liao Fakang, Zhou Yali, Zhang Qizhi. Gait transition control of flexible biped robot with variable leg length and swing leg dynamics. *Mechanics in Engineering*, 2022, 44(3): 605-617

1990年, McGeer^[1]首次提出了被动动态行走 (passive dynamic walking, PDW), 它是一类依靠重力作用和腿的自然摆动便能沿着斜坡向下行走的双足机器人。与主动驱动系统 (如本田 ASIMO) 相比, 基于 PDW 原理设计的机器人效率要高得多^[2]。然而, 由于它们依赖于重力势能, 因此无法实现在平地上行走。此外, 这种机器人的腿是刚性的, 与人类的柔性腿有很大的不同。

1989年, Blickhan^[3]首次提出了描述人类奔跑与跳跃的弹簧-质点模型。虽然人的腿具有复杂的神经控制系统, 但在跑步阶段, 腿会表现出简单的弹簧状行为, 可以用弹簧-质点模型来描述。2006年, Geyer 等^[4]在弹簧-质点模型的基础上, 建立了双足弹簧负载倒立摆 (spring-loaded inverted pendulum, SLIP) 模型。Geyer 的研究表明: 如果要使一个双足机器人在行走过程中具有类人步态, 必须采用柔性腿而不是刚性腿。这是因为柔性腿能准确地模拟人类行走过程中髋关节运动的轨迹和站立时的动力学特性。更重要的是, 借助于弹簧的弹性势能, 基于柔性腿的双足机器人可以实现平地行走。

尽管 SLIP 模型可以以类人的步态在平地上行走, 但其抗干扰能力较差。2010年, Rummel 等^[5]研究了机器人行走时腿部刚度与鲁棒性之间的关系。研究表明: 可变腿刚度能有效地抑制外部干扰对机器人的影响, 并且, 系统的能量效率也会随着腿刚度的增加而提高。2012年, Visser 等^[6]将 SLIP 模型扩展为变腿刚度的 V-SLIP 模型, 显著地提高了双足机器人对外界扰动的鲁棒性。2020年, 张瑞等^[7]以 V-SLIP 模型为研究对象, 提出了一种能量高效、步态自然的模仿人类行走的控制策略, 实现了零输入的纯被动周期行走。

但 V-SLIP 模型存在一个显著的缺点, 模型假设中没有考虑腿的质量, 即忽略了摆动腿的动力学对机器人行走的影响。为此, 2013年, Visser 等^[8]将 V-SLIP 模型扩展为考虑摆动腿动力学的 V-SLIP-SL 模型, 即在每条腿的末端增加了一个脚质量。仿真结果表明, 在控制器的作用下, 机器人具有足够的鲁棒性, 能够抑制由摆动腿动态所引起的扰动。2017年, Vu 等^[9]在 Visser 模型的基础上, 增加了躯干装置, 提出了带躯干 V-TSLIP

模型。采用线性二次型调节器 (discrete linear quadratic regulator, DLQR) 实现了系统的稳定运行。

虽然双足机器人的变刚度控制能使机器人拥有良好的鲁棒性能, 但变刚度实验装置的设计和制造都比较复杂^[10-11], 而变长度的实验装置要简单得多^[12]。2005年, Asano 等^[13]提出了一种基于参数激励的动态步态生成方法, 在这种情况下, 能量的恢复是由变长度的伸缩腿上下运动来实现的。2008年, Asano 等^[14]针对平面伸缩腿双足机器人模型, 提出了一种简单的控制律, 在不考虑零力矩点 (zero moment point, ZMP) 条件的情况下, 通过伸缩摆动腿即可轻松实现水平步态生成。2012年, Asano^[15]针对具有伸缩腿的平面极限环步行器, 提出了一种基于前倾碰撞姿态的步态生成方法。该方法的主要目的是使机器人的质心向前倾斜或移动, 从而容易克服中间位置的势垒, 恢复机器人的机械能。首先, 引入了一个由 8 个伸缩腿组成的平面无缘轮模型, 并研究了所提方法的有效性。其次, 将该方法推广到带有制动弹簧的平面伸缩腿双足机器人, 并通过数值仿真验证了该方法的有效性。仿真结果表明, 只需将碰撞姿态微微前倾, 即可获得稳定的动态步态。2017年, Hanazawa 等^[16]提出了一种利用非对称摆动腿运动来提高双足机器人极限环步行速度的新方法。通过数值模拟证明了摆动腿运动对步行速度的影响。然后用数学方法证明了摆动腿运动的收缩和伸长会产生推进效果的力矩。基于此原理, 采用非对称摆腿运动的双足机器人可以实现较高的步行速度。2018年, Harata 等^[17]研究了包含伸缩腿的欠驱动双足机器人的稳定性。将输出跟随控制律应用于机器人的线性化运动方程中, 将被控机器人的运动方程指定为一个线性时变系统。建立了误差转移方程来评估稳定性。通过数值计算说明了腿部伸缩运动对稳定性的影响: 伸缩摆动腿的运动比支撑腿的运动更稳定。

上述文献的变长度伸缩腿控制基本采用的都是刚性腿, 本课题组在此基础上, 对双足机器人变长度的柔性伸缩腿控制展开研究。2019年, 张奇志等^[18]研究半被动伸缩腿双足机器人行走控制和周期解的全局稳定性问题, 设计了腿伸缩长度的支撑腿角度反馈控制率, 证明了伸缩腿双足机

器人行走过程不动点的全局稳定性。同年，宋嘉琦等^[19]采用变长度柔性伸缩腿结构，研究了半被动双足机器人的平面稳定行走的控制问题。结果表明变长度控制算法可以实现机器人的稳定行走，并具有较强的抗干扰性。

虽然双足机器人的模型在过去的几十年里得到了很好的发展，但是不同步态之间的切换仍然是一个具有挑战性的研究方向。2014年，Roosting等^[20]采用分段 SLIP 模型^[21]即 S-SLIP 模型，及 V-SLIP 模型，通过控制腿的刚度和摆动腿触地角实现了步态切换。在他们的研究中，未曾考虑躯干和摆动腿动力学对系统性能的影响。

在上述研究的基础上，本文提出了考虑摆动腿动力学的变腿长度 VL-TSLIP-SL 模型。提出了一种通过控制腿部长度和髋关节力矩来实现步态切换的控制策略，从而改变平均步行速度。针对机器人模型高度非线性特点，设计了反馈线性化控制器来跟踪髋关节质点的期望轨迹，调节摆动腿和躯干的姿态。仿真结果表明，该控制器能够有效地控制躯干和摆动腿的姿态，控制策略能够实现两种不同速度的自然步态之间的切换，形成稳定的极限环。

1 双足机器人动力学模型

1.1 机器人模型描述

VL-TSLIP-SL 模型如图 1 所示，由质量为 M 的髋关节质点连接着一个刚性躯干和两条弹簧

腿组成，每条腿的末端各有一个质量为 m_f 的脚。髋关节的姿态定义为变量 $(x, y) =: q_h \in Q_h$ 。躯干是长度为 l ，中心质量为 m 的刚性杆，转动惯量为 I 。双腿为可变长度的伸缩腿，长度为 $L_0 + u_i$ ， $i = 1, 2$ ，其中 L_0 为原长度， $u_i (i = 1, 2)$ 为可控部分的腿长度。弹簧刚度为 k_0 ，并假设为单向的，只能被压缩。髋关节力矩 τ_1 和 τ_2 用来控制躯干姿态角 α 和摆动腿与法线夹角 β 。

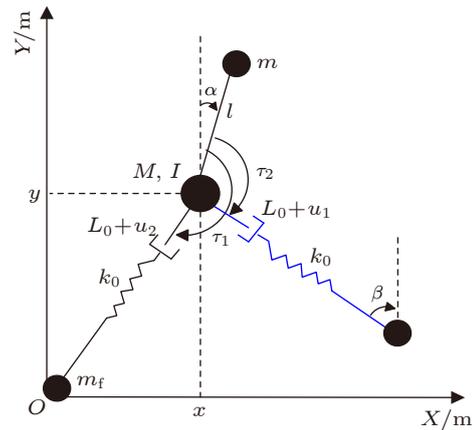


图 1 VL-TSLIP-SL 模型

Fig. 1 The VL-TSLIP-SL model

由于机器人的运动是周期性的，因此我们只需研究周期步态中的一个周期。考虑到机器人双腿的对称性，定义一个步态周期为：一个支撑腿垂直站立状态 (vertical leg orientation, VLO) 到另一个支撑腿垂直站立状态之间的时间间隔。如图 2 所示，机器人的行走在单支撑阶段 (single support, SS) 与双支撑阶段 (double support, DS)

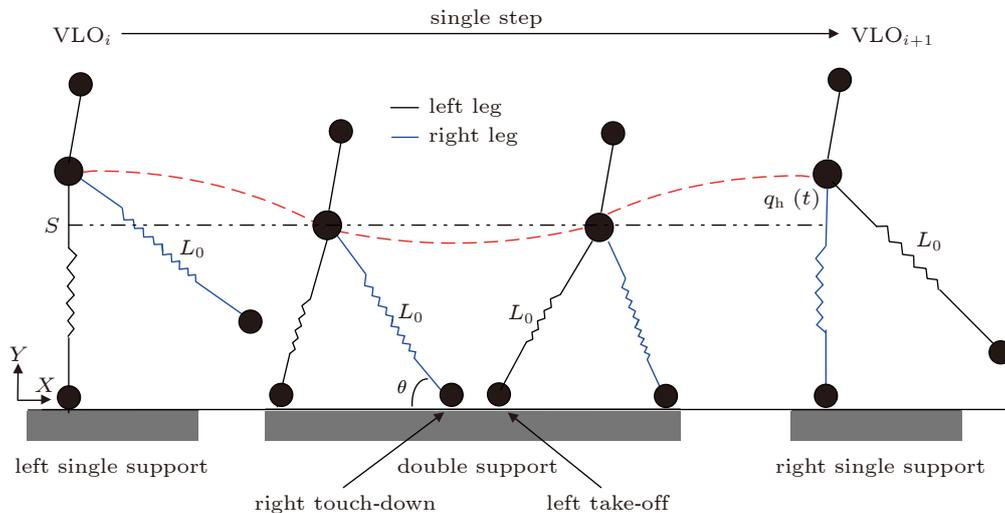


图 2 双足机器人的运动过程

Fig. 2 Locomotion process of the biped robot

之间交替。一个周期步态从处于 VLO 瞬间开始, 此时, 左腿 (黑色) 处于 SS 阶段, 右腿 (蓝色) 处于摆动阶段。当右腿以原长度 L_0 , 与地面夹角 θ 接触地面时, 机器人进入 DS 阶段。由于系统有足够的能量, 它将继续向前移动, 直到左腿完全伸展, 达到原长度, 此时左腿离地, 机器人进入右腿 SS 阶段。当到达下一个 VLO 时, 一个周期步态结束。

由此可得, 从 SS 切换到 DS 的条件是

$$S_{SS \rightarrow DS} = \{q_h \in Q_h | y - L_0 \sin \theta = 0\}$$

DS 切换为 SS 的条件为

$$S_{DS \rightarrow SS} = \{q_h \in Q_h | L_i - L_0 = 0\}, \quad i \in [1, 2]$$

其中, L_i 是后支撑腿的长度。

1.2 系统动力学

利用拉格朗日方程建立 VL-TSLIP-SL 模型的力学方程。拉格朗日函数为

$$L = K - P \quad (1)$$

其中, K 为系统的动能, P 为系统的势能。

动力学方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

其中 n 为系统的自由度, q_i 为系统的变量, F_i 为作用于系统的广义力。

1.2.1 单支撑阶段的动力学方程

SS 阶段的简化模型如图 3 所示。右腿 (蓝色) 是摆动腿, 长度为 L_0 , 与法线夹角为 β , 因为在此阶段不需要对右腿进行变长度控制, 所以假设为刚性腿。在这个阶段, 可控腿长度 u_1 , 力

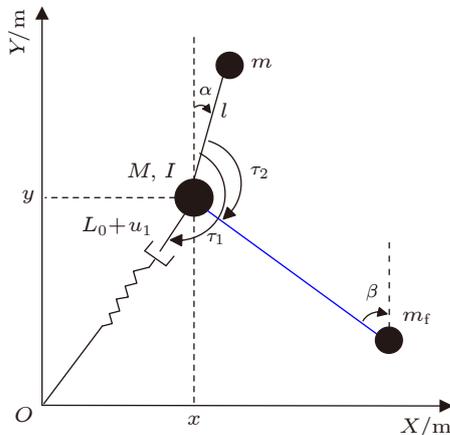


图 3 SS 阶段的简化模型

Fig. 3 Simplified model during the SS

矩 τ_1 和 τ_2 是控制髋关节质点运动, 躯干姿态角和摆动腿夹角的控制输入, 系统状态变量为 $(x, y, \alpha, \beta)^T =: \mathbf{q}_{SS} \in \mathbf{Q}_{SS}$, 其中 α 和 β 的方向定义为顺时针。

$$\mathbf{Q}_{SS} = \{\mathbf{q}_{SS} \in \mathbf{Q}_{SS} | L_0 \sin \theta < y < L_0\}$$

首先计算双足机器人系统的动能 K 和势能 P , 则拉格朗日函数 L 可表示为

$$\begin{aligned} L = & \frac{M + m + m_f}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2 + \\ & \frac{m}{2} (l^2 \dot{\alpha}^2 + 2L_0 \dot{x} \dot{\alpha} \cos \alpha - 2l \dot{y} \dot{\alpha} \sin \alpha) + \\ & \frac{m_f}{2} (L_0^2 \dot{\beta}^2 + 2L_0 \dot{x} \dot{\beta} \cos \beta + 2L_0 \dot{y} \dot{\beta} \sin \beta) - \\ & Mgy - mg(y + l \cos \alpha) - m_f g(y - L_0 \cos \beta) - \\ & \frac{1}{2} k_0 [L_0 - (L_1 + u_1)]^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 g 是重力加速度。

其次, 将式 (3) 代入式 (2), 则 SS 阶段的动力学方程为

$$\begin{aligned} (M + m + m_f) \ddot{x} + ml \ddot{\alpha} \cos \alpha - ml \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + \\ m_f L_0 \ddot{\beta} \cos \beta - m_f L_0 \dot{\beta}^2 \sin \beta - \\ k_0 \left(\frac{L_0 - u_1}{L_1} - 1 \right) x = F_1 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (M + m + m_f) \ddot{y} - ml \ddot{\alpha} \sin \alpha - ml \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \\ m_f L_0 \ddot{\beta} \sin \beta + m_f L_0 \dot{\beta}^2 \cos \beta + \\ (M + m + m_f) g - \\ k_0 \left(\frac{L_0 - u_1}{L_1} - 1 \right) y = F_2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$(I + ml^2) \ddot{\alpha} + ml (\ddot{x} \cos \alpha - \dot{y} \sin \alpha) - mgl \sin \alpha = F_3 \quad (6)$$

$$m_f L_0^2 \ddot{\beta} + m_f L_0 (\ddot{x} \cos \beta + \dot{y} \sin \beta) + m_f g L_0 \sin \beta = F_4 \quad (7)$$

其中 $L_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$, 为左腿的长度。

最后, 根据虚功原理, 计算广义力得

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{y}{x^2 + y^2} \tau_1 \\ F_2 &= -\frac{x}{x^2 + y^2} \tau_1 \\ F_3 &= -\tau_1 - \tau_2 \\ F_4 &= -\tau_2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

则动力学方程用矩阵形式可表示为

$$\mathbf{M}_{SS} \ddot{\mathbf{q}}_{SS} + \mathbf{C}_{SS} \dot{\mathbf{q}}_{SS} - \mathbf{F}_{SS} + \mathbf{G}_{SS} = \mathbf{B}_{SS1} \tau_1 + \mathbf{B}_{SS2} \tau_2 + \mathbf{B}_{SS3} u_1 \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{M}_{SS} = \begin{bmatrix} M + m + m_f & 0 & ml \cos \alpha & m_f L_0 \cos \beta \\ 0 & M + m + m_f & -ml \sin \alpha & m_f L_0 \sin \beta \\ ml \cos \alpha & -ml \sin \alpha & ml^2 + I & 0 \\ m_f L_0 \cos \beta & m_f L_0 \sin \beta & 0 & m_f L_0^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{SS} = \begin{bmatrix} -ml\dot{\alpha} \sin \alpha & -m_f L_0 \dot{\beta} \sin \beta \\ 0 & -ml\dot{\alpha} \cos \alpha & m_f L_0 \dot{\beta} \cos \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{SS} = \begin{bmatrix} 0 \\ (M + m + m_f)g \\ -mgl \sin \alpha \\ m_f g L_0 \sin \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{SS} = k_0 \left(\frac{L_0}{L_1} - 1 \right) \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{SS1} = \begin{bmatrix} y/(x^2 + y^2) \\ -x/(x^2 + y^2) \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{SS2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{SS3} = \begin{bmatrix} -\frac{k_0}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.2.2 双支撑阶段的动力学方程

DS 阶段的简化模型如图 4 所示。此时双腿接触地面，由于右腿与法线夹角 β 可以通过髋关节位置和脚触地点计算得到，因此系统的状态变量为 $(x, y, \alpha)^T =: \mathbf{q}_{DS} \in \mathbf{Q}_{DS}$ 。在这个阶段中，可控腿长度 u_1 , u_2 和力矩 τ_1 是控制髋关节运动和躯干姿态角的输入。其中： $\mathbf{Q}_{DS} = \{\mathbf{q}_{DS} \in \mathbf{Q}_{DS} | 0 < y \leq L_0 \sin \theta\}$

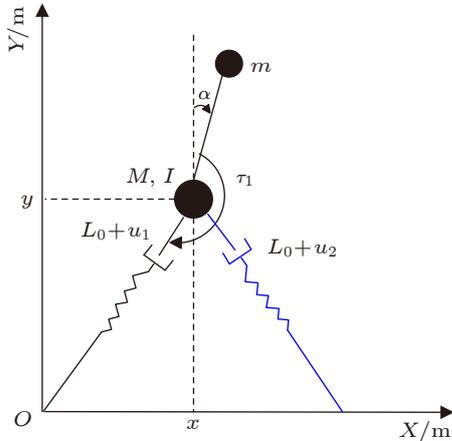


图 4 DS 阶段的简化模型

Fig. 4 Simplified model of the biped robot during the DS

采用与 SS 阶段相同的推导方法，得到 DS 阶段的动力学方程

$$\mathbf{M}_{DS} \ddot{\mathbf{q}}_{DS} + \mathbf{C}_{DS} \dot{\mathbf{q}}_{DS} - \mathbf{F}_{DS1} - \mathbf{F}_{DS2} + \mathbf{G}_{DS} = \mathbf{B}_{DS1} \tau_1 + \mathbf{B}_{DS2} u_1 + \mathbf{B}_{DS3} u_2 \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{M}_{DS} = \begin{bmatrix} M + m & 0 & ml \cos \alpha \\ 0 & M + m & -ml \sin \alpha \\ ml \cos \alpha & -ml \sin \alpha & ml^2 + I \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{DS} = \begin{bmatrix} -ml\dot{\alpha} \sin \alpha \\ -ml\dot{\alpha} \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{DS1} = k_0 \left(\frac{L_0}{L_1} - 1 \right) \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{DS2} = k_0 \left(\frac{L_0}{L_2} - 1 \right) \begin{bmatrix} x - a \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{DS} = \begin{bmatrix} 0 \\ (M + m)g \\ -mgl \sin \alpha \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{DS1} = \begin{bmatrix} \frac{y}{x^2 + y^2} \\ \frac{x}{x^2 + y^2} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{DS2} = -\frac{k_0}{L_1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{DS3} = -\frac{k_0}{L_2} \begin{bmatrix} x - a \\ y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \sqrt{(x - a)^2 + y^2}$$

其中 L_2 为右腿的长度， a 为步长， $a = x + L_0 \cos \theta$ 。

由式 (9) 和式 (10) 可知，系统在 SS 阶段为欠驱动模型，在 DS 阶段为全驱动模型，但总的来说，系统是欠驱动系统。

1.3 状态空间表达式

为了便于后续的反馈线性化控制器的设计，将动力学方程转换为标准的状态空间表达式。在 SS 阶段，通过引入

$$\mathbf{z}_{SS} := (x, y, \alpha, \beta, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha}, \dot{\beta})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{SS} \\ \dot{\mathbf{q}}_{SS} \end{bmatrix}$$

式 (9) 的等效状态方程为

$$\dot{\mathbf{z}}_{SS} = \mathbf{f}(\mathbf{z}_{SS}) + \mathbf{g}_{\tau_1}(\mathbf{z}_{SS}) \tau_1 + \mathbf{g}_{\tau_2}(\mathbf{z}_{SS}) \tau_2 + \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_{SS}) u_1 \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}_{SS}) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{SS} \\ \mathbf{M}_{SS}^{-1} (-\mathbf{C}_{SS} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_{SS} - \mathbf{G}_{SS}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{\tau_1}(\mathbf{z}_{SS}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}_{\tau_2}(\mathbf{z}_{SS}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_{SS}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

为了简洁起见, 省略参数 \mathbf{z}_{SS} , 则 SS 阶段的状态方程可以简写为

$$\dot{\mathbf{z}}_{SS} = \mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_{\tau_2} \tau_2 + \mathbf{g}_1 u_1 \quad (12)$$

类似地, 在 DS 阶段, 通过引入

$$\mathbf{z}_{DS} := (x, y, \alpha, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{DS} \\ \dot{\mathbf{q}}_{DS} \end{bmatrix}$$

可得

$$\dot{\mathbf{z}}_{DS} = \mathbf{f}(\mathbf{z}_{DS}) + \mathbf{g}_{\tau_1}(\mathbf{z}_{DS}) \tau_1 + \mathbf{g}_1(\mathbf{z}_{DS}) u_1 + \mathbf{g}_2(\mathbf{z}_{DS}) u_2 \quad (13)$$

其中,

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}_{DS}) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{DS} \\ \mathbf{M}_{DS}^{-1} (\mathbf{F}_{DS1} + \mathbf{F}_{DS2} - \mathbf{G}_{DS} - \mathbf{C}_{DS} \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}_{\tau_1}(\mathbf{z}_{DS}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{DS}^{-1} \mathbf{B}_{DS1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}_1(\mathbf{z}_{DS}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{DS}^{-1} \mathbf{B}_{DS2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{z}_{DS}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{DS}^{-1} \mathbf{B}_{DS3} \end{bmatrix}$$

同理, DS 阶段的状态方程可以简写为

$$\dot{\mathbf{z}}_{DS} = \mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_1 u_1 + \mathbf{g}_2 u_2 \quad (14)$$

2 控制器设计

2.1 问题陈述

在本节中, 我们提出了三个需要完成的任务:

(a) 跟踪髋关节质点的期望高度 $y^*(x)$ 和期望水平速度 $\dot{x}^*(x)$; (b) 跟踪 SS 阶段摆动腿运动的参考轨迹 $\beta^*(x)$; (c) 保持躯干直立。

由于水平位置 x 随时间单调递增, 因此这里采用 x 替代时间 t 作为自变量, 即采用空间轨迹方式。定义

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3, \mathbf{z}_4, \mathbf{z}_5, \mathbf{z}_6, \mathbf{z}_7, \mathbf{z}_8)^T = \\ &= (q_1, q_2, q_3, q_4, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4)^T = \\ &= (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T = (x, y, \alpha, \beta, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha}, \dot{\beta})^T \quad \mathbf{z} \in \mathbf{z}_{SS} \cup \mathbf{z}_{DS} \end{aligned}$$

期望轨迹可以表示为

$$\begin{aligned} z_2^*(z_1) &:= y^*(x) \\ z_3^*(z_1) &:= \alpha^*(x) \\ z_4^*(z_1) &:= \beta^*(x) \\ z_5^*(z_1) &:= \dot{x}^*(x) \end{aligned}$$

为了避免符号混乱, 省略函数参数 z_1 。定义控制目标的误差函数为

$$\begin{aligned} e_p &= z_2 - z_2^* \\ e_\alpha &= z_3 - z_3^* \\ e_\beta &= z_4 - z_4^* \\ e_v &= z_5 - z_5^* \end{aligned}$$

由于系统在 SS 阶段处于欠驱动状态, 所以水平方向速度误差 e_v 在 SS 阶段是不受控制的。在 DS 阶段, 两脚都与地面接触, 所以误差 e_β 不需要控制。

控制的目标是使误差尽可能地收敛到 0 的邻域, 即

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} |e_p| &< \varepsilon_p \\ \lim_{x \rightarrow \infty} |e_\alpha| &< \varepsilon_\alpha \\ \lim_{x \rightarrow \infty} |e_\beta| &< \varepsilon_\beta \\ \lim_{x \rightarrow \infty} |e_v| &< \varepsilon_v \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中 ε_p , ε_α , ε_β 和 ε_v 为大于 0 的足够小的数。

2.2 反馈线性化控制

在本节中, 通过反馈线性化方法来控制腿部长度和髋关节力矩, 使机器人的行走能够稳定到期望的步态。

2.2.1 单支撑阶段

在 SS 阶段, 控制变量为髋关节高度轨迹 y , 躯干姿态角 α , 摆动腿夹角 β 。则系统的状态空间表达式为

$$\dot{\mathbf{z}}_{SS} = \mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_{\tau_2} \tau_2 + \mathbf{g}_1 u_1 \quad (\text{状态方程})$$

$$\left. \begin{aligned} e_p &= z_2 - z_2^* \\ e_\alpha &= z_3 - z_3^* \\ e_\beta &= z_4 - z_4^* \end{aligned} \right\} \quad (\text{输出方程})$$

为了将该非线性系统转换为标准线性形式, 首先需要确定误差的关系度 $\gamma_{SS} = \{\gamma_p, \gamma_\alpha, \gamma_\beta\}$ 。对于位置误差

$$\dot{e}_p = \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{z}} \dot{\mathbf{z}}_{SS} = \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \frac{\partial e_p}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)$$

$$\begin{aligned} &(\mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_{\tau_2} \tau_2 + \mathbf{g}_1 u_1) = \\ &\left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \quad 0 \right) \underbrace{\left[\mathbf{M}_{SS}^{-1} (\mathbf{F}_{SS} - \mathbf{G}_{SS} - \mathbf{C}_{SS} \dot{\mathbf{q}}) \right]}_{L_{Te_p}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \quad 0 \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS1} \end{bmatrix}}_{L_{g\tau_1} e_p = 0} \tau_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \quad 0 \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS2} \end{bmatrix}}_{L_{g\tau_2} e_p = 0} \tau_2 + \\
& \underbrace{\left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \quad 0 \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS3} \end{bmatrix}}_{L_{g_1} e_p = 0} u_1 = \\
& L_f e_p(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})
\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $L_{g\tau_1} e_p = L_{g\tau_2} e_p = L_{g_1} e_p = 0$ ，继续计算 二阶导数

$$\begin{aligned}
\ddot{e}_p &= \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \quad \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \right) (\mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_{\tau_2} \tau_2 + \mathbf{g}_1 u_1) = \\
& \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \quad \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \right) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ M_{SS}^{-1} (\mathbf{F}_{SS} - \mathbf{G}_{SS} - \mathbf{C}_{SS} \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix}}_{L_f^2 e_p} + \\
& \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \quad \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS1} \end{bmatrix}}_{L_{g\tau_1} L_f e_p} \tau_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \quad \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}}_{L_{g\tau_2} L_f e_p} \tau_2 + \\
& \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \right) \quad \frac{\partial e_p}{\partial \mathbf{q}} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ M_{SS}^{-1} \mathbf{B}_{SS3} \end{bmatrix}}_{L_{g_1} L_f e_p} u_1 = \\
& L_f^2 e_p(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + L_{g\tau_1} L_f e_p(\mathbf{q}) \tau_1 + L_{g\tau_2} L_f e_p(\mathbf{q}) \tau_2 + L_{g_1} L_f e_p(\mathbf{q}) u_1
\end{aligned} \tag{17}$$

其中 $L_{g\tau_1} L_f e_p \neq 0$ ， $L_{g\tau_2} L_f e_p \neq 0$ ， $L_{g_1} L_f e_p \neq 0$ 。

所以关系度 $\gamma_p = 2$ ，同理可得 γ_α 和 γ_β 的关系度也为 2。因此，在 SS 阶段中，误差的关系度

$$\gamma_{SS} = \{\gamma_p, \gamma_\alpha, \gamma_\beta\} = \{2, 2, 2\}。$$

根据反馈线性化原理，可得

$$\begin{bmatrix} \ddot{e}_p \\ \ddot{e}_\alpha \\ \ddot{e}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^2 e_p \\ L_f^2 e_\alpha \\ L_f^2 e_\beta \end{bmatrix} + \mathbf{A}_{SS} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ u_1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

其中

$$\mathbf{A}_{SS} = \begin{bmatrix} L_{g\tau_1} L_f e_p & L_{g\tau_2} L_f e_p & L_{g_1} L_f e_p \\ L_{g\tau_1} L_f e_\alpha & L_{g\tau_2} L_f e_\alpha & L_{g_1} L_f e_\alpha \\ L_{g\tau_1} L_f e_\beta & L_{g\tau_2} L_f e_\beta & L_{g_1} L_f e_\beta \end{bmatrix}$$

由于 \mathbf{A}_{SS} 是可逆的，所以反馈控制律定义为

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ u_1 \\ u_2 \equiv 0 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{SS}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^2 e_p + v_1 \\ -L_f^2 e_\alpha + v_2 \\ -L_f^2 e_\beta + v_3 \end{bmatrix} \tag{19}$$

其中 v_1 ， v_2 和 v_3 是新的控制输入。本文采用比例微分控制

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -k_{d\tau_1} s \dot{e}_p - k_{p\tau_1} s e_p \\ v_2 &= -k_{d\tau_2} s \dot{e}_\alpha - k_{p\tau_2} s e_\beta \\ v_3 &= -k_{DS} \dot{e}_\beta - k_{ps} e_\beta \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

因此

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ u_1 \\ u_2 \equiv 0 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{SS}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^2 e_p - k_{d\tau_1} s \dot{e}_p - k_{p\tau_1} s e_p \\ -L_f^2 e_\alpha - k_{d\tau_2} s \dot{e}_\alpha - k_{p\tau_2} s e_\alpha \\ -L_f^2 e_\beta - k_{DS} \dot{e}_\beta - k_{ps} e_\beta \end{bmatrix} \tag{21}$$

根据式 (18) 和式 (21) 可得，误差动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{e}_p + k_{d\tau_1} s \dot{e}_p + k_{p\tau_1} s e_p &= 0 \\ \ddot{e}_\alpha + k_{d\tau_2} s \dot{e}_\alpha + k_{p\tau_2} s e_\alpha &= 0 \\ \ddot{e}_\beta + k_{DS} \dot{e}_\beta + k_{ps} e_\beta &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

其中 $k_{d\tau_1}$ ， $k_{p\tau_1}$ ， $k_{d\tau_2}$ ， $k_{p\tau_2}$ ， k_{DS} 和 k_{ps} 为可控制器系数。

2.2.2 双支撑阶段

在 DS 阶段，控制变量为髋关节高度 y ，躯干姿态角 α 和前进速度 \dot{x} 。则系统的状态空间表达式为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_{DS} &= \mathbf{f} + \mathbf{g}_{\tau_1} \tau_1 + \mathbf{g}_1 u_1 + \mathbf{g}_2 u_2 \\ e_p &= z_2 - z_2^* \\ e_\alpha &= z_3 - z_3^* \\ e_v &= z_5 - z_5^* \end{aligned}$$

采用与 SS 阶段相同的方法，可以得到关系度 $\gamma_{DS} = \{\gamma_p, \gamma_\alpha, \gamma_v\} = \{2, 2, 1\}$ ，则

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{DS}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^2 e_p - k_{d\tau_1} s \dot{e}_p - k_{p\tau_1} s e_p \\ -L_f^2 e_\alpha - k_{dd} \dot{e}_\alpha - k_{pd} e_\alpha \\ -L_f e_4 - k_{vd} e_v \end{bmatrix} \tag{23}$$

其中

$$\mathbf{A}_{DS} = \begin{bmatrix} L_{g\tau_1} L_{fe_p} & L_{g1} L_{fe_p} & L_{g2} L_{fe_p} \\ L_{g\tau_1} L_{fe_\alpha} & L_{g1} L_{fe_\alpha} & L_{g2} L_{fe_\alpha} \\ L_{g\tau_1} e_v & L_{g1} e_v & L_{g2} e_v \end{bmatrix} \quad (24)$$

误差动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{e}_p + k_{d\tau_1} \dot{e}_p + k_{p\tau_1} e_p &= 0 \\ \ddot{e}_\alpha + k_{dd} \dot{e}_\alpha + k_{pd} e_\alpha &= 0 \\ \dot{e}_v + k_{vd} e_v &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

其中 $k_{d\tau_1}$, $k_{p\tau_1}$, k_{dd} , k_{pd} 和 k_{vd} 是控制参数, 比例微分控制用于控制髋关节高度 y , 躯干姿态角 α , 比例控制用于控制髋关节前进速度 \dot{x} 。

3 步态切换

为了实现双足机器人能在不同的自然步态之间切换的目标, 本节给出了步态切换的优化准则和切换策略。

3.1 生成所需的行走步态

文献 [5] 表明, 在合适的初始条件和系统参数下, SLIP 模型的行走表现为一种稳定的被动极限环步态, 称为自然步态。在 SLIP 模型中, 假设腿是无质量的弹簧腿, 行走时没有能量损失, 因此, 机器人不需要额外的能量来维持稳定的步态。本文将该理想 SLIP 模型作为 VL-TSLIP-SL 模型的参考模型, 将其髋关节运动轨迹作为 VL-TSLIP-SL 模型的期望轨迹。这样做的理由是: 如果系统能收敛到该期望轨迹, 则所提的控制策略是节能的。一般情况下, 对于 SLIP 模型来说, 很难找到解析解^[22], 因此我们采用傅里叶级数展开式来拟合期望的自然步态, 但自然步态与参考步态之间的微小不匹配是不可避免的。

3.2 步态切换的优化准则

在 SLIP 模型中, 当 (θ, k_0) 值相等时, 给定两个不同的初始前进速度, 可以生成两个不同的自然步态 Σ_i 和 Σ_j , 本文要实现的目标是双足机器人能从 Σ_i 切换到 Σ_j 。可以用变量 x 来确定从一种步态到另一种步态的准确过渡点。因此, 在步态 Σ_i 和 Σ_j 中需要考虑两点, 即 Σ_i 中执行切换的点 x_i 和切换到 Σ_j 中的点 x_j 。目标是找到一个最优组合 $(x_{i,opt}, x_{j,opt})$ 使准则 J 最小化。

优化准则 $J(x_i, x_j)$ 定义为

$$J(x_i, x_j) = \mu_1 \|y_j(x_j) - y_i(x_i)\| + \mu_2 \|\dot{x}_j(x_j) - \dot{x}_i(x_i)\| + \mu_3 \|\dot{y}_j(x_j) - \dot{y}_i(x_i)\| \quad (26)$$

其中, μ_1 , μ_2 , μ_3 为权重。优化准则 J 除了包含变量 \dot{x} 和 \dot{y} 外, 髋关节高度 y 也包括在内, 这样有利于在两个步态轨迹接近的点进行切换, 这样得到的高度位置误差将更小。

通过使准则 J 相对于 x_i 和 x_j 最小化, 可得最优切换点, 即

$$\min_{x_i, x_j} J(x_i, x_j) \rightarrow (x_{i,opt}, x_{j,opt}) \quad (27)$$

一旦达到当前步态的最优切换点, 系统就可以切换到新的步态。值得注意的是, $x_{i,opt}$ 和 $x_{j,opt}$ 应该对齐, 以保证双足机器人可以从步态 Σ_i 的最优点切换到步态 Σ_j 的最优点。

3.3 切换策略

如图 5 所示, 如果双足机器人处于当前步态的 SS 阶段, 则可以切换到新的步态的 SS 阶段, 反之亦然。但从步态 Σ_i 的 DS 阶段到步态 Σ_j 的 SS 阶段 (或反之) 的切换是无效的, 因为在这种情况下, 当控制器控制切换步态时, 机器人的脚需要腾空离地, 这显然是不可行的。

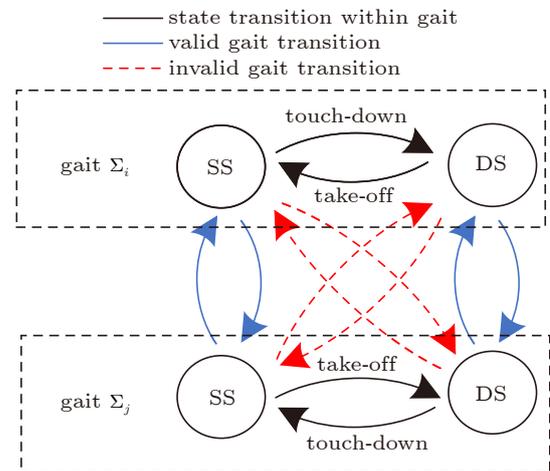


图 5 状态切换

Fig. 5 State transitions

考虑到机器人整体为欠驱动系统, 前进速度 \dot{x} 仅在 DS 阶段进行控制, 所以步态切换在 DS 阶段通过改变腿的长度和髋关节力矩来实现。其基本原理是: 步态的切换可以被认为是对系统的一个扰动, 系统可以通过闭环调整控制输入来抑制此扰动。

4 仿真分析

为了验证本文所提的控制器对双足机器人控制的有效性，在 MATLAB 环境下进行了仿真分析，系统参数和初始条件如表 1 所示。首先，从理想 SLIP 模型中得到期望的自然步态，分别用二阶和六阶傅里叶级数拟合得到参考轨迹 z_2^* 和 z_5^* 。躯干的期望角度 $z_3^* = 0$ ，摆动腿期望轨迹设计为

$$z_4^* = b_1 + b_2 \sin[9.747z_1 - 154.3340z_1^3 + 733.1175z_1^5 + o(z_1^5)]$$

其中 $b_1 = b_2 = 0.24$ 。取单支撑阶段的控制参数为 $k_{d\tau_1s} = 100$ ， $k_{d\tau_2s} = 50$ ， $k_{p\tau_1s} = 100$ ， $k_{p\tau_2s} = 100$ ， $k_{ps} = 100$ ， $k_{DS} = 50$ ，双支撑阶段的控制参数为 $k_{p\tau_1d} = 50$ ， $k_{d\tau_1d} = 100$ ， $k_{pd} = 100$ ， $k_{dd} = 50$ ， $k_{vd} = 100$ 。系统仿真 20 步，运行情况如下。

表 1 系统参数和初始条件

Table 1 System parameters and initial conditions

Parameters	Value
hip mass M/kg	15
torso mass m/kg	3
foot mass m_f/kg	2.5
spring rest length L_0/m	1
torso length l/m	0.5
gravitational acceleration $g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8
angle of attack $\theta/(\circ)$	62.5
moment of inertia $I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.25
nominal leg stiffness $k_0/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1500
initial hip horizontal position $x(0)/\text{m}$	0
initial hip vertical position $y(0)/\text{m}$	1
initial torso angle $\alpha(0)/\text{rad}$	0
initial swing leg angle $\beta(0)/\text{rad}$	0
initial forward velocity $\dot{x}(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.074
used for gait 1 $\dot{x}_1(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.032
used for gait 2 $\dot{x}_2(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.239
initial vertical velocity $\dot{y}(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0
initial angle velocity of the torso/ $(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0
initial angle velocity of the swing leg/ $(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	0.1
step size a/m	0.644 3

4.1 步态分析

图 6 给出的是髋关节高度 y ，躯干姿态角 α 和摆动腿夹角 β 的轨迹图。可以看出，所提出的

控制器能够维持稳定的周期步态，并保持躯干直立。从图中可以看出：由于 SLIP 模型动力学是受弹性力作用的二阶系统，稳定自然步态的解是周期的，因此髋关节的运动轨迹也呈现周期性变化趋势。从图 7 中可以看出，得到的误差曲线收敛于零的邻域，在 DS 阶段，因为摆动腿角度 β 在此阶段没有定义，所以 $e_\beta \equiv 0$ 。此外，如前所述，系统在 SS 阶段处于欠驱动状态，仅在 DS 阶段控制水平速度，因此，误差 e_v 在 DS 阶段趋于零，而在单支撑阶段，存在一定的误差。

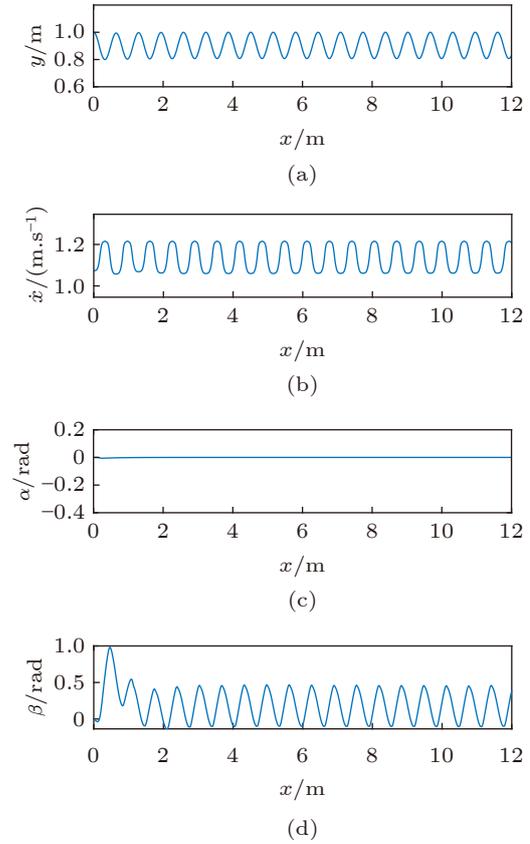


图 6 髋关节高度、躯干姿态角和摆动腿夹角轨迹
Fig. 6 Hip trajectories, the torso angle, and the swing leg orientation

图 8 给出了稳定状态下的控制输入变化曲线，灰色部分为 DS 阶段。黑色虚线对应腿原长度 ($L = 1 \text{ m}$)。理想的 SLIP 参考模型可以在没有任何控制输入的情况下 (即 $u_1 = u_2 = 0$) 维持稳定的步态。本文提出的 VL-TSLIP-SL 模型包括躯干姿态和摆动腿控制，这些非理想动态都被认为是系统的外部扰动，因此需要较大的控制输入来抑制这些扰动，在图 8 中可以清楚地看到控制输入随着机器人的行走做出的变化，由于摆动腿

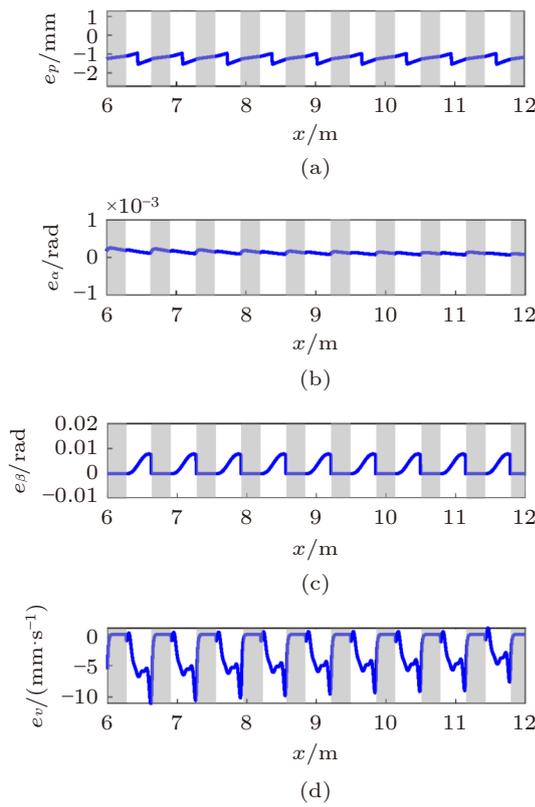


图7 稳态误差

Fig. 7 Error functions in steady state

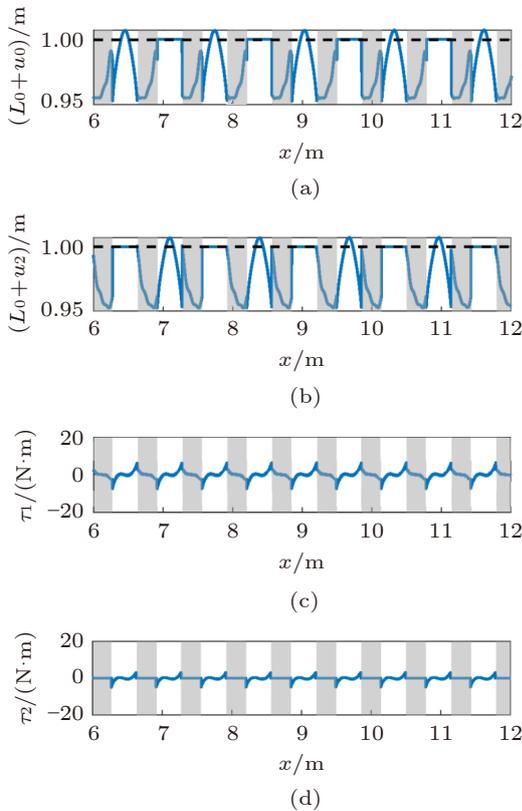


图8 稳态控制输入

Fig. 8 Control inputs in steady state

夹角 β 在 DS 阶段没有定义, 所以在 DS 阶段 $\tau_2 \equiv 0$ 。另外, 由于在行走的过程中, 左右腿交替作为摆动腿, 所以在 SS 阶段, 控制输入 u_1 和 u_2 交替为零。

系统的能量曲线如图 9 所示, 其中虚线为理想 SLIP 模型的能量水平。可以看出, 总能量在 SLIP 模型的能量水平上波动。一方面原因是控制器作用在躯干和摆动腿上, 需要消耗能量; 另一方面原因是期望轨迹由傅里叶级数拟合而来, 存在着一定的偏差。因此, 实际上能量水平不是恒值, 存在一定的波动。

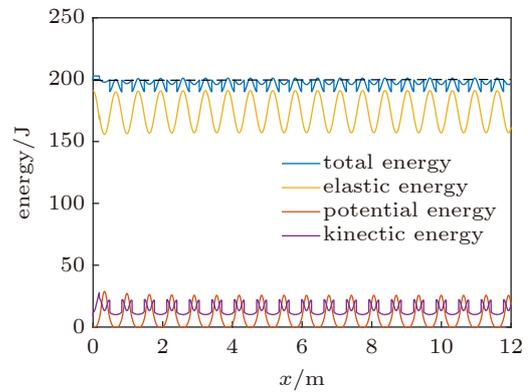


图9 能量曲线

Fig. 9 Energy curves

4.2 步态切换

在本节中, 给定步态 1 平均速度为 1.1 m/s, 步态 2 平均速度为 1.31 m/s。图 10 给出的是这两个自然步态在一步内的髋关节质点运动轨迹。设定权重 $\{\mu_1, \mu_2, \mu_3\} = \{15, 2, 5\}$, 通过计算准则 J , 可以得到最优切换点 $(x_{1,opt}, x_{2,opt}) = (0.3244, 0.3258)$, 如图 10 中的实点所示。

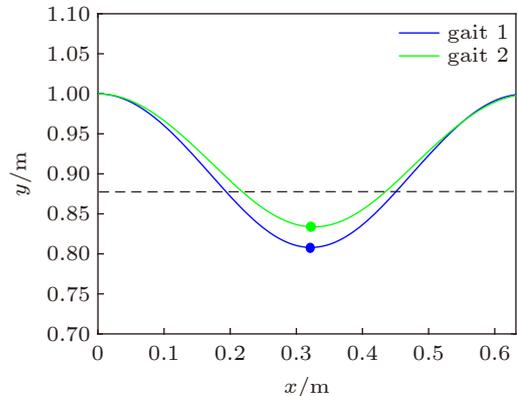


图10 两种自然步态在一步内的髋关节轨迹

Fig. 10 Hip trajectories of two natural gaits during a single step

假定机器人以步态 1 开始行走，在 1 m 时切换到步态 2，然后在 4.84 m 时切换回步态 1。经计算，最优切换距离 $S_{opt}^{1,2} = 1.472$ m， $S_{opt}^{2,1} = 5.337$ m。图 11 给出了步态切换过程中的髋关节轨迹和水平速度轨迹，蓝色虚线表示发出切换命令点，绿色虚线表示最优切换点。可以看出，系统在 1.472 m (第一条绿色虚线) 从步态 1 切换到步态 2，在 5.337 m (第二条绿色虚线) 从步态 2 切换回步态 1。

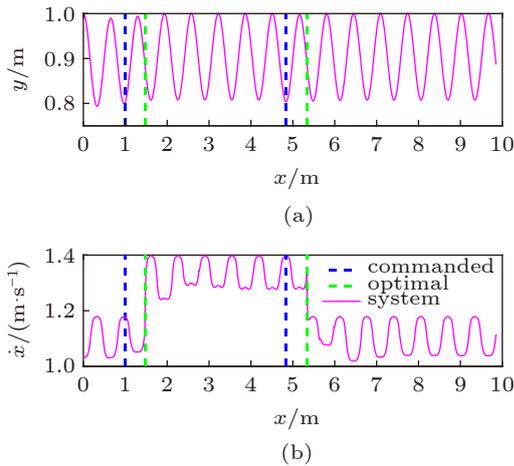


图 11 步态转换的髋关节轨迹

Fig. 11 The hip trajectory for gait transition

图 12 给出了系统的髋关节轨迹与自然参考步态的比较。可以看出，系统轨迹在三步内便能收敛到新的步态，我们发现，由于腿变长度的控制，机器人在步态切换时，伸缩腿得到调整，以维持髋关节的初始高度保持不变。图 13 和图 14 给出的是误差函数和控制输入。如第 3 节所述，步态

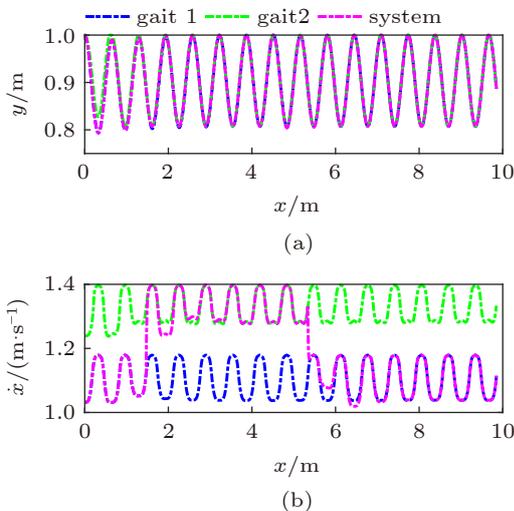


图 12 髋关节轨迹与参考步态的对比

Fig. 12 The hip trajectory compared with the gait references

切换被看作是一种施加在系统上的外部扰动。可以看出，通过调整腿部长度和髋关节的力矩，可以迅速抑制切换到新步态时引起的扰动。经过一段时间后，系统稳定到一个新的步态，误差收敛到零的邻域。

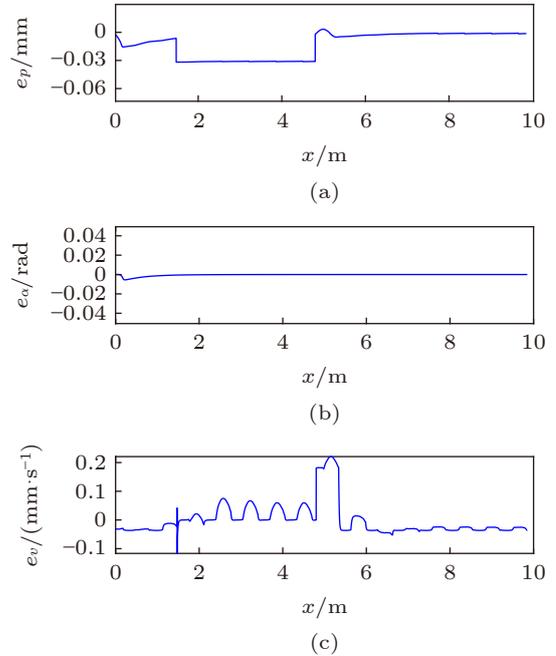


图 13 误差函数

Fig. 13 Error functions

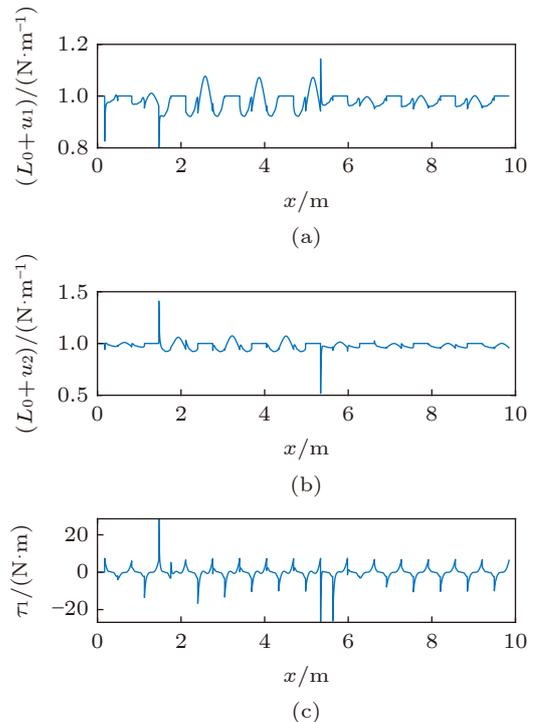


图 14 控制输入

Fig. 14 Control inputs

由图15的系统能量变化图可以看出,系统从步态1切换到步态2后总能量增加,包括动能和弹性势能的增加,由于变长度控制器的作用,并未引起髋关节高度的较大变化,因此,系统的重力势能维持稳定的变化规律。当系统从步态2切换回步态1时,系统的能量变化回到步态1的能量水平。

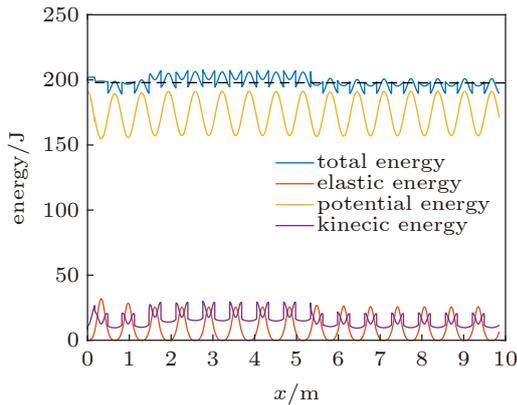


图15 能量变化图

Fig. 15 Energy curves

图16给出了步态切换过程中的极限环。系统以步态1启动。在第21步切换到步态2,然后在第41步切换回步态1。可以清楚地看到,机器人的相位轨迹在两个极限环之间切换,特别是在步态切换后,系统依然可以形成稳定的极限环,总的来说,该系统具有良好的鲁棒性。

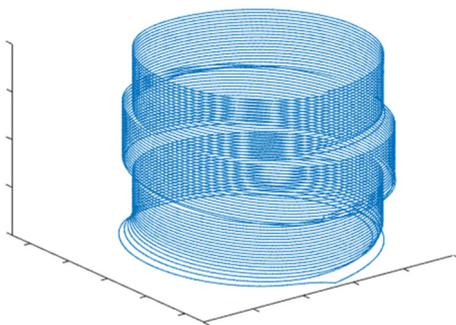


图16 步态切换极限环

Fig. 16 Limit cycles for gait transition

5 结论

本文提出了VL-TSLIP-SL模型,该模型由一个髋关节质点、一个刚性躯干和两条柔性腿组成,每条腿的末端都有一个脚质量。本模型包含了躯干姿势控制和摆动腿动力学。针对机器人模

型高度非线性的特点,设计了反馈线性化控制器来跟踪髋关节质点的期望轨迹,以及调节躯干和摆动腿的姿态。将理想的SLIP模型作为参考,并将其髋关节质点运动轨迹作为目标轨迹,从而实现了能量的高效控制。基于优化准则的最小化原则,提出了通过控制腿部长度和髋关节力矩来实现步态切换的控制策略。该方法实现了行走过程中的步态切换和前进速度的改变。实际上,控制器之所以能够调节躯干和摆动腿姿态并进行步态切换,是因为这些非理想动力学都被认为是外部扰动,闭环系统可以通过调节控制输入来抑制这些扰动。仿真结果表明,该系统能够在3步内跟踪期望步态,并实现步态切换。在本文理论研究和仿真实验基础上进行硬件实验平台的验证是需要进一步研究的课题。

参考文献

- McGeer T. Passive dynamic walking. *International Journal of Robotics Research*, 1990, 9(2): 62-82
- Collins S, Ruina A, Tedrake R, et al. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science*, 2005, 307(5712): 1082-1085
- Blickhan R. The spring-mass model for running and hopping. *Journal of Biomechanics*, 1989, 22(11): 1217-1227
- Geyer H, Seyfarth A, Blickhan R. Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running. *Biological Sciences*, 2006, 273(1603): 2861-2867
- Rummel J, Blum Y, Seyfarth A. Robust and efficient walking with spring-like legs. *Bioinspiration & Biomimetics*, 2010, 5(4): 046004
- Visser LC, Stramigioli S, Carloni R. Robust bipedal walking with variable leg stiffness. The 4th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics, Roma, Italy, 2012
- 张瑞, 张奇志, 周亚丽. 变刚度半被动双足机器人行走的仿人控制. *力学与实践*, 2020, 42(5): 551-557
Zhang Rui, Zhang Qizhi, Zhou Yali. Human-like control for semi-passive bipedal robot walking with variable leg stiffness. *Mechanics in Engineering*, 2020, 42(5): 551-557 (in Chinese)
- Visser LC, Stramigioli S, Carloni R. Control strategy for energy-efficient bipedal walking with variable leg stiffness. The 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, Germany, 2013
- Vu MN, Lee J, Oh Y. Control strategy for stabilization of the biped trunk-SLIP walking model. The 14th International Conference on Ubiquitous Robots & Ambient Intelligence, Jeju, Korea, 2017

- 10 Luo J, Wang S, Zhao Y, et al. Variable stiffness control of series elastic actuated biped locomotion. *Intelligent Service Robotics*, 2018, 11: 225-235
- 11 Stramigioli S, Carloni R, Visser LC, et al. Controller design for a bipedal robot with variable stiffness actuators. The 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, Germany, 2013
- 12 张奇志, 周亚丽, 徐鑫鑫等. 单电动机驱动的半被动双足机器人设计与实现. 北京信息科技大学学报(自然科学版), 2016, 31(2): 1-6
Zhang Qizhi, Zhou Yali, Xu Xinxin, et al. Design and realization of semi-passive biped robot driven by single motor. *Journal of Beijing Information Science & Technology University*, 2016, 31(2): 1-6 (in Chinese)
- 13 Asano F, Hayashi T, Luo ZW, et al. Parametric excitation approaches to efficient dynamic bipedal walking. The 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA, USA, 2007
- 14 Asano F, Luo ZW. Energy-efficient and high-speed dynamic biped locomotion based on principle of parametric excitation. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(6): 1289-1301
- 15 Asano F. High-speed dynamic gait generation for limit cycle walkers based on forward-tilting impact posture. *Multibody System Dynamics*, 2013, 30(3): 287-310
- 16 Hanazawa Y, Asano F. Asymmetric swing-leg motions for speed-up of biped walking. *Journal of Robotics and mechatronics*, 2017, 29(3): 490-499
- 17 Harata Y, Kato Y, Asano F. Efficiency analysis of telescopic-legged bipedal robots. *Artificial Life and Robotics*, 2018, 23(4): 585-592
- 18 张奇志, 周亚丽. 伸缩腿双足机器人半被动行走控制研究. 动力学与控制学报, 2019, 17(70): 3-8
Zhang Qizhi, Zhou Yali. Study on walking control of a semi-passive biped robot with telescopic legs. *Journal of Dynamics and Control*, 2019, 17(70): 3-8 (in Chinese)
- 19 宋嘉琦, 张奇志, 周亚丽. 变长度弹性伸缩腿双足机器人动力学与控制. 力学季刊, 2019, 40(2): 235-242
Song Jiaqi, Zhang Qizhi, Zhou Yali. Dynamics and control of bipedal robot with variable length telescopic legs. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2019, 40(2): 235-242 (in Chinese)
- 20 Roozing W, Carloni R. Variable bipedal walking gait with variable leg stiffness. The 5th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, São Paulo, Brazil, 2014
- 21 Roozing W, Carloni R. Bipedal walking gait with variable stiffness knees. The 5th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, São Paulo, Brazil, 2014
- 22 Kuznetsov SV. The motion of the elastic pendulum. *Regular and Chaotic Dynamics*, 1999, 4(3): 3-12

(责任编辑: 王永会)