

# 水荷载引起混凝土重力坝位移的理论研究<sup>1)</sup>

黄耀英<sup>\*2)</sup> 沈振中<sup>†</sup> 王润富<sup>†</sup> 田斌<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>(三峡大学水利与环境学院, 湖北, 宜昌 443002) <sup>†</sup>(河海大学水利水电工程学院, 江苏, 南京 210024)

**摘要** 基于多孔连续介质模型, 从理论上探讨了作用在地基上的水荷载作为渗流体荷载时引起混凝土重力坝的位移, 导出了均质各向同性地基在渗流体荷载作用下的应力解答和位移解答。通过理论分析得到: (1) 由于渗流体荷载引起上游地基下沉, 下游地基上抬, 从而使地基转动, 导致坝体向上游位移。 (2) 作用在地基上的水荷载按面荷载分析的位移大于按渗流体荷载分析的位移, 但它们都引起坝体向上游位移。

**关键词** 重力坝, 渗流体荷载, 弹性理论, 多孔连续介质

中图分类号: O343.1, TV311 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2010)01-033-04

## THEORETICAL STUDY ON CONCRETE GRAVITY DAM'S DISPLACEMENT WITH WATER LOAD<sup>1)</sup>

HUANG Yaoying<sup>\*2)</sup> SHEN Zhenzhong<sup>†</sup> WANG Runfu<sup>†</sup> TIAN Bin<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>(College of Water Conservancy and Environment Science, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

<sup>†</sup>(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China)

**Abstract** The concrete gravity dam's displacement caused by foundation seepage volume forces was studied based on the elastic theory and a porous continuum model. Stresses and displacements in the isotropic foundation with seepage volume forces are obtained. Some conclusions are drawn: (1) With the upstream foundation subsidence and the downstream foundation elevation by the seepage volume forces, the dam has an upcurrent displacement. (2) The displacement caused by the foundation area force is larger than that caused by the foundation seepage volume force, but these loads all lead to the dam upcurrent displacement.

**Key words** gravity dam, seepage volume force, elastic theory, porous continuum model

在水荷载作用下, 大坝任一监测点产生的水平位移由 3 部分组成<sup>[1,2]</sup>: (1) 水压力作用在坝体上产生的内力使坝体变形而引起的位移; (2) 在建基面上产生的内力使地基变形而引起的位移; (3) 库水荷载作用使库盘变形所引起的位移。当假设地基不透水时, 上游库水荷载作为面荷载作用在地基表面, 这种水荷载施加方式目前工程上仍在采用<sup>[1~3]</sup>。由于实际地基是透水性材料, 大坝建成蓄水一段时间, 在地基内将形成渗流场, 上游库水对地基变形的影响按渗流体积力(渗流体荷载)进行分析<sup>[4~11]</sup>。张有天<sup>[8]</sup>、王媛<sup>[9]</sup>等认为混凝土坝虽然透水, 但因其渗透系数很小, 水力梯度非常大, 通常近似按不透

水介质处理, 此时坝体上游面作用水压力(面荷载), 坎基面作用扬压力(面荷载), 而作用在地基上的水荷载一般按渗流体荷载考虑。笔者基于多孔连续介质模型, 采用有限元法对比分析了作用在地基上的水荷载作为面荷载和作为渗流体荷载的关系, 发现作用在地基上的水荷载作为面荷载  $p$  和作为渗流体荷载  $f_i$  存在等效关系  $|p| = \int_L \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} ds$ , 其中  $L$  为流线路径, 但水荷载分别作为面荷载和渗流体荷载引起的地基变形差异很大。吴中如<sup>[1,12]</sup>、黄耀英等<sup>[13]</sup>对水荷载作为面荷载引起混凝土坝的位移进行了一些理论研究, 但从理论上分析作用在地基

2008-12-05 收到第 1 稿, 2009-05-06 收到修改稿。

1) 三峡大学基金项目资助 (2008A007, 2008B041)。

2) 黄耀英, 1977 年生, 男, 博士, 副教授, 主要从事大坝安全监控及水工结构数值计算方面的教学与科研。E-mail: huangyaoying@sohu.com

上的水荷载作为渗流体荷载时引起混凝土坝的位移至今未见文献报导, 据此, 本文基于多孔连续介质模型, 从理论上探讨作用在地基上的水荷载作为渗流体荷载时引起混凝土重力坝的位移.

## 1 水压力作用下坝体的位移理论分析

在水荷载作用下, 大坝任一监测点产生水平位移( $\delta_H$ ), 它由 3 部分组成: 水压力作用在坝体上产生的内力使坝体变形而引起的位移  $\delta_{1H}$ ; 在基面上产生的内力使地基变形而引起的位移  $\delta_{2H}$ ; 以及作用在地基上的水荷载使地基转动所引起的位移  $\delta_{3H}$ . 即

$$\delta_H = \delta_{1H} + \delta_{2H} + \delta_{3H} \quad (1)$$

对于重力坝来说, 一般沿坝轴线切取单宽的坝体作为固接于地基上的变截面悬臂梁. 为简化计算, 将坝剖面简化为上游铅直的三角形楔形体. 在上游坝面水压力作用下, 坝体和地基面上分别产生内力( $M, F_S$ ), 从而使大坝和地基引起变形, 因而使观测点 A 产生位移. 如图 1 所示.

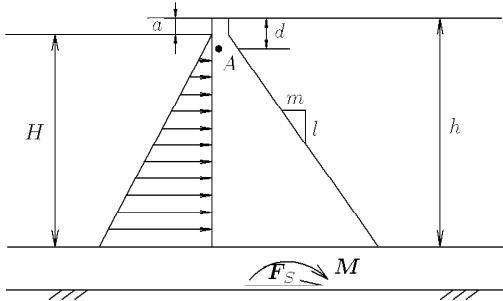


图 1 示意图

由工程力学推得<sup>[1,12]</sup>

$$\begin{aligned} \delta_{1H} &= (\delta_{1H})_M + (\delta_{1H})_Q = \\ &\frac{\gamma_0}{E_c m^3} \left[ (h-d)^2 + 6(h-H) \left( d \ln \frac{h}{d} + d - h \right) + \right. \\ &6(h-H)^2 \left( \frac{d}{h} - 1 + \ln \frac{h}{d} \right) - \frac{(h-H)^3}{h^2 d} (h-d)^2 \left. \right] + \\ &\frac{\gamma_0}{m G_c} \left[ \frac{h^2 - d^2}{4} - (h-H)(h-d) + \frac{(h-H)^2}{2} \ln \frac{h}{d} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \delta_{2H} &= (\delta_{2H})_M + (\delta_{2H})_{F_S} = \frac{4(1-\mu_r^2)\gamma_0 H^3}{3E_r \pi m^2 h^2} (h-d) + \\ &\frac{(1-2\mu_r)(1+\mu_r)\gamma_0 H^2}{2E_r m h} (h-d) \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $E_c, G_c$  分别为坝体混凝土的弹性模量和剪切模量;  $E_r, \mu_r$  分别为地基变形模量和泊松比;  $\gamma_0$  为水的容重.

假设地基不透水, 作用在地基上的水荷载按面荷载分析, 此时, 作用在地基上的水荷载称为上游库水重荷载. 若上游库水重荷载为半无限长均匀荷载时, 如图 2 所示, 半无限大地基的位移和转角为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} u &= \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a \left[ -\frac{(1-2\mu_r)(1+\mu_r)p_0}{\pi E_r} \arctan \frac{x-\xi}{z} + \right. \\ &\left. \frac{(1+\mu_r)p_0}{\pi E_r} \frac{z(x-\xi)}{z^2 + (x-\xi)^2} \right] d\xi = \\ &-\frac{(1-2\mu_r)(1+\mu_r)p_0}{\pi E_r} \left[ x \cdot \arctan \frac{x}{z} - \right. \\ &\left. \frac{z \ln(z^2 + x^2)}{2} \right] + \frac{(1+\mu_r)p_0 z}{2\pi E_r} \ln(z^2 + x^2) - \\ &\frac{(1-2\mu_r)(1+\mu_r)p_0}{2E_r} x + A(\infty)z + \infty \\ v &= \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a \left[ -\frac{2p_0(1-\mu_r^2)}{\pi E_r} \ln \sqrt{z^2 + (x-\xi)^2} - \right. \\ &\left. \frac{(1+\mu_r)p_0}{\pi E_r} \frac{(x-\xi)^2}{z^2 + (x-\xi)^2} + I \right] d\xi = \\ &-\frac{2p_0(1-\mu_r^2)}{\pi E_r} \left[ x \ln \sqrt{z^2 + x^2} + z \cdot \arctan \left( \frac{x}{z} \right) \right] + \\ &\frac{(1+\mu_r)p_0}{\pi E_r} z \cdot \arctan \left( \frac{x}{z} \right) - \frac{(1-2\mu_r)(1+\mu_r)p_0}{2E_r} z - \\ &B(\infty)x + \infty \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A(\infty) &= B(\infty) = -\frac{(1-\mu_r^2)p_0}{\pi E_r} \ln(z^2 + (x-a)^2) = -\infty \\ \tan \alpha' &= \frac{v(z=0, x=0) - v(z=0, x=-x_0)}{x_0} = \\ &-\frac{2p_0(1-\mu_r^2)}{\pi E_r} \ln x_0 + \infty, \quad \delta_{3H} \approx \alpha' h \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $x_0$  为大坝形心到上游坝面的距离;  $\alpha'$  为地基转角.

由式(4)可见, 上游库水重荷载引起地基的位移和转角随上游库水均匀荷载长度的增大而增大, 当假设上游库水重荷载为半无限长均匀荷载时, 位移和转角的正切奇异(或称转角趋近于 90°).

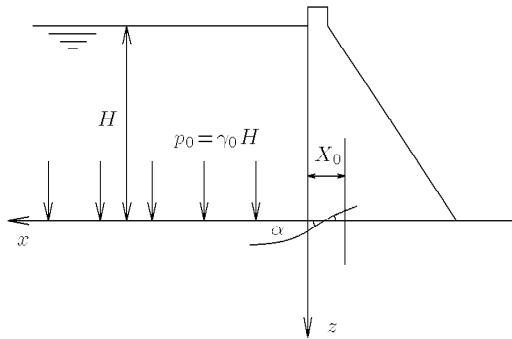


图 2 半无限长均布荷载作用下半平面体

## 2 渗流体荷载引起均质各向同性地基的位移理论分析

假定地基为均质各向同性的多孔介质材料，在地基上有一刚性不透水挡水板，如图 3 所示。

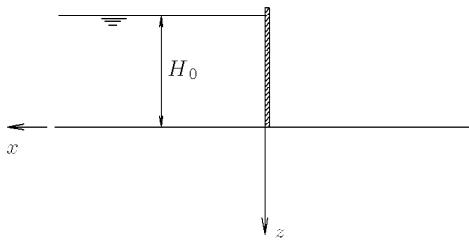


图 3 示意图

在  $z = 0, x > 0$  边界的水头为  $H_0$ ；在  $z = 0, x < 0$  的边界水头为 0。对于稳定渗流场，在  $z > 0$  的任何区域满足拉普拉斯方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} &= 0 \\ H|_{x>0,z=0} &= H_0, \quad H|_{x<0,z=0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

方程 (1) 的理论解答为<sup>[6]</sup>

$$H = \frac{H_0}{2} + \frac{H_0}{\pi} \arctan \frac{x}{z} \quad (6)$$

由已知结点水头，可以求得作用在每一点上的渗流体积力（不计浮力）为

$$\left. \begin{aligned} q_x &= -\gamma_0 \partial H / \partial x = -\gamma_0 \frac{H_0}{\pi} \frac{z}{x^2 + z^2} = -\frac{p_0}{\pi} \frac{z}{x^2 + z^2} \\ q_z &= -\gamma_0 \partial H / \partial z = \gamma_0 \frac{H_0}{\pi} \frac{x}{x^2 + z^2} = \frac{p_0}{\pi} \frac{x}{x^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中， $q_x, q_z$  分别为  $x, z$  向渗流体积力， $p_0 = \gamma_0 H_0$ 。

对图 3 地基内任一微元列平衡微分方程有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中， $X = -\frac{p_0}{\pi} \frac{z}{x^2 + z^2}$ ,  $Z = \frac{p_0}{\pi} \frac{x}{x^2 + z^2}$ .

方程 (8) 的理论解答为

$$\sigma_x = \frac{p_0}{\pi} \frac{xz}{x^2 + z^2}, \quad \sigma_z = -\frac{p_0}{\pi} \frac{xz}{x^2 + z^2}, \quad \tau_{xz} = \frac{p_0}{\pi} \frac{z^2}{x^2 + z^2} \quad (9)$$

对于平面应变问题，物理方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left( \sigma_x - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left( \sigma_z - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_x \right) \\ \gamma_{xz} &= \frac{2(1 + \mu)}{E} \tau_{xz} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

几何方程为

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (11)$$

将应力解答 (9) 代入式 (10), (11)，可以得到

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{p_0(1 + \mu_r)z}{2E_r\pi} \ln(x^2 + z^2) + f(z) \\ v &= -\frac{p_0(1 + \mu_r)x}{2E_r\pi} \ln(x^2 + z^2) + g(x) \end{aligned} \right\}$$

或

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{p_0(1 + \mu_r)z}{2E_r\pi} \ln(x^2 + z^2) + a_1 z + c_1 \\ v &= -\frac{p_0(1 + \mu_r)x}{2E_r\pi} \ln(x^2 + z^2) + a_2 x \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中， $\frac{df(z)}{dz} + \frac{dg(x)}{dx} = \frac{p_0(1 + \mu_r)}{E_r\pi}$ ,  $a_1 + a_2 = \frac{p_0(1 + \mu_r)}{E_r\pi}$ ,  $c_1 = \text{const.}$

由式 (12) 利用罗必塔法则易得

$$\tan \alpha' = \frac{v(z=0, x=0) - v(z=0, x=-x_0)}{x_0} = -\frac{p_0(1 + \mu_r)}{E_r\pi} \ln x_0 + \alpha_2 \quad (13)$$

式中， $E_r, \mu_r, \alpha'$  和  $x_0$  含义同前。

## 3 结语

本文基于多孔连续介质模型，从理论上探讨了作用在地基上的水荷载作为渗流体荷载时引起混凝土重力坝的位移，导出了均质各向同性地基在渗流体

荷载作用下的应力解答和位移解答。通过理论分析得到结论：

(1) 由于渗流体荷载引起上游地基下沉，下游地基上抬，从而使地基转动，导致坝体向上游位移。

(2) 作用在地基上的水荷载按面荷载分析的位移大于按渗流体荷载分析引起的位移，但它们都引起坝体向上游位移。

## 参 考 文 献

- 1 吴中如. 水工建筑物安全监控理论及其应用. 北京: 高等教育出版社, 2003 (Wu Zhongru. Safety Monitoring Theory & Its Application of Hydraulic Structure. Beijing: Higher Education Press, 2003 (in Chinese))
- 2 李珍照. 大坝安全监测. 北京: 中国电力出版社, 1997 (Li Zhenzhao. Safety Monitoring of Dam. Beijing: China Electric Power Press, 1997 (in Chinese))
- 3 混凝土拱坝设计规范 SL 282-2003. 北京: 中国水利水电出版社, 137(Concrete Arch Dam Design Code SL 282-2003. Beijing: China Waterpower Press, 137 (in Chinese))
- 4 林继镛. 水工建筑物. 北京: 中国水利水电出版社, 2007 (Lin Jiyong. Hydraulic Structure. Beijing: China Waterpower Press, 2007 (in Chinese))
- 5 赵代深. 重力坝水荷载的计算. 水利学报, 1984, 15(7): 53~55 (Zhao Daishen. Calculation of gravity dam's water-load. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1984, 15(7): 53~55 (in Chinese))
- 6 潘家铮. 坝体有限元分析中的水荷载问题. 水力发电, 1984, 10(3): 21~26 (Pan Jiazheng. Water-load problem of dam in FEM analysis. *Water Power*, 1984, 10(3): 21~26 (in Chinese))
- 7 王媛, 速宝玉. 基本应力计算中的水荷载组合形式. 勘察科学技

(上接第 59 页)

为现场抑制和消除倾斜浪缺陷提供了理论支持，文中建立的关于薄带材前后屈曲行为的求解方法可为其他浪形缺陷形式甚至薄板冲压起皱行为提供一种求解思路。

## 参 考 文 献

- 1 杨荃. 冷轧带钢屈曲理论与板形控制目标的研究. [博士论文]. 北京: 北京科技大学, 1992. 5 (Yang Quan. Study on the cold rolled strip buckling and the target shape in the automatic flatness control. [PhD Thesis]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 1992. 5 (in Chinese))
- 2 Roberts WL. Cold Rolling of Steel. Dekker, New York, NY, 1978
- 3 Komori K. Analysis of herring-bone mechanism in sheet rolling. *Journal of Material Processing Technology*, 1996, 60: 377~380
- 4 Benson RC. Lateral dynamics of a moving web with geometrical imperfection. *Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control*, 2002, 124: 25~34

术, 1995(3): 3~7(Wan Yan, Su Baoyu. Water-load combination form in the dam foundation stress calculation. *Site Investigation Science and Technology*, 1995(3): 3~7 (in Chinese))

- 8 张有天. 岩石水力学与工程. 北京: 中国水利水电出版社, 2005 (Zhang Youtian. Rock Hydraulics and Engineering. Beijing: China Waterpower Press, 2005 (in Chinese))
- 9 王媛. 裂隙岩体渗流及其应力的全耦合分析. 南京河海大学, 1995 (Wang Yan. Seepage flow analysis and seepage-stress coupled analysis of fissured rock masses. Nan Jing Hohai University, 1995 (in Chinese))
- 10 周济福. 渗流力学研究的现状和发展趋势. 力学与实践, 2007, 29(3): 1~6 (Zhou Jifu. Mechanics of porous media flow: status and perspectives. *Mechanics in Engineering*, 2007, 29(3): 1~6 (in Chinese))
- 11 刘俊丽, 刘曰武, 黄延章. 渗流力学的回顾与展望. 力学与实践, 2008, 30(1): 94~97(Liu Junli, Liu Yuewu, Huang Yanzhang. Mechanics of porous media flow: review and perspectives. *Mechanics in Engineering*, 2008, 30(1): 94~97 (in Chinese))
- 12 吴中如, 沈长松, 阮焕祥. 论混凝土坝变形统计模型的因子选择. 河海大学学报(自然科学版), 1988, 16(6): 1~9 (Wu Zhongru, Shen Changsong, Ruan Huanxiang. Factor section of displacement statistical models for concrete dams. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 1988, 16(6): 1~9 (in Chinese))
- 13 黄耀英, 沈振中, 吴中如等. 混凝土坝及坝基分析中截取边界的影响. 水利水运工程学报, 2007, (4): 9~13 (Huang Yaoying, Shen Zhenzhong, Wu Zhongru, et al. Intercepting boundary influence in analyzing concrete dam and its rock foundation size. *Hydro-Science and Engineering*, 2007, (4): 9~13 (in Chinese))

(责任编辑: 刘俊丽)

- 5 Tarnopolskaya T, Gates DJ. Analysis of the effect of strip buckling on stability of strip lateral motion with application to cold rolling of steel. *Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control*, 2008, 130: 1~7
- 6 铁摩辛柯, 古地尔著, 徐芝纶, 吴永桢译. 弹性理论. 上海: 龙门联合书局, 1952
- 7 周敏, 周贤宾, 梁炳文. 板料不均匀拉伸起皱临界条件的分析. 北京航空学院学报, 1986, 1: 95~99 (Zhou Min, Zhou Xianbin, Liang Bingwen. An analysis of the critical condition of the buckling of sheet metals due to non-uniform stretching. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1986, 1: 95~99 (in Chinese))
- 8 潘立宇, 王蜀. 均布载荷下矩形板大挠度问题的摄动变分解. 应用数学和力学, 1986, 7(8): 675~688 (Pan Liyu, Wang Shu. A perturbation-variational solution of the large deflection of rectangular plates under uniform load. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1986, 7(8): 675~688 (in Chinese))

(责任编辑: 刘俊丽)