

I - II 复合型韧性断裂研究进展¹⁾

左 宏 郑长卿

(西北工业大学工程力学系, 西安 710072)



左宏, 1964年4月生. 西北工业大学工程力学系博士研究生. 主要从事复杂载荷下材料损伤及破坏的力学和机理的研究. 近年来发表有关方面的论文近10篇.

摘要 本文主要针对 I + II 型裂纹问题, 论述了这一领域近几十年研究工作的现状及最新进展. 对该领域研究的趋向及存在的有关问题作了分析, 讨论. 指出: 韧性材料在近 I 型和近 II 型时启裂及扩展的机理可能不同, 目前所用的一些单参数判据要同时对两种不同机理作恰当描述有困难, 可考虑采用双参数判据. 同时, 材料微结构及特征对断裂机理的影响也不可忽视.

关键词 复合型, 韧性断裂, 断裂机理, 断裂判据

1 引 言

飞速发展的现代工业对结构的可靠性、使用性能以及寿命预测的科学性、准确性的要求越来越高. 而工程结构的受载条件和工作环境却日趋复杂. 深入地研究材料及结构在各种情况下损伤及破坏的特征与机理, 是科学地估价、准确地预测其可靠性与使用寿命的先决条件. 只有在此基础上才可能建立恰当的力学模型, 对构件及材料的损伤及断裂行为做合理的描述, 从而才有可能提高材料的利用率及结构零件的设计水平.

对材料、构件在复杂的载荷及工作环境下的损伤、断裂特征及机理的研究, 既是现代固体力学发展的主要方向, 同时也是材料科学研究的主要课题之一. 大量的研究及实例表明: 材料的失效与破坏绝大多数都是由于构件应力集中处裂纹的形核、扩展导致最后失效和破坏的. 复杂载荷下裂纹问题的研究可归结为三种基本形式的断裂问题 (I 型——张开型, II 型——滑开型, III 型——撕开型) 及其不同组合 (I+II 型、II+III 型、I+III 型、I+II+III 型), 即复合型断裂问题. 三种基本型式的断裂问题, 尤其是张开型问题得到了较充分的重视, 已经建立了一套较为完善的线弹性断裂理论. 同时, 弹塑性断裂理论也取得了较大的进展, 如 J 积分、COD 理论等尽管还有不少问题有待进一步研究, 但已初步进入工程应用阶段. 而对于滑开型及撕开型问题, 绝大多数的工作皆局限于线弹性断裂研究阶段.

复合型断裂问题的研究, 始于 50 年代的 E. F. Edgron 的开创性工作. 此后, 各国的断裂力学工作者和材料科学家在此领域进行了大量的研究. 然而, 由于该问题的复杂性, 直到现

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目部分内容.

在, 仍有许多问题处于众说纷纭状态. 具体地说, 复合型断裂问题具有以下几个特征:

裂纹体裂尖区域应力状态复杂, 对裂尖处应力场的描述较困难, 一般涉及到三维问题.

裂纹启裂、扩展的方向比较复杂, 数学处理难度增大. 同时由于裂纹启裂、扩展的机理及特征往往发生变化, 需特别对待.

由于裂尖方向、位置的变化, 使得裂尖周围的应力场随着启裂后裂纹的扩展而不断变化. 这样, 裂尖与应力场的不断相互影响使得复合型裂纹的扩展问题更显复杂.

本文主要针对 I + II 型裂纹问题, 论述了这一领域近几十年来研究工作的现状与最新进展. 对该领域研究的趋向和存在的有关问题作了分析、讨论.

2 有关概念的定义及评述

2.1 外载复合程度的描述

2.1.1 用 K 参数描述外载的复合程度

线弹性理论中, 用裂尖处的应力强度因子 K 来描述裂尖前沿的应力场强度. 对应于纯 I 型及纯 II 型的 K 记为 K_I 和 K_{II} . 线弹性复合型应力场的复合程度可用 K_I 和 K_{II} 的比值表示. 对于弹塑性复合型问题, 在小范围屈服条件下, 可用这一比值近似表示. 常写为下列形式

$$M^e = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{K_I}{K_{II}} \right] \quad (1)$$

2.1.2 用 J 积分描述

在弹塑性断裂问题中, 为将在 I 型问题中应用较为成功的 J 积分参量推广应用于复合型问题中, H. Ishikawa 将复合型应力场分解成对称场 (I 型场) 和反对称场 (II 型场). 对应于 I 型载荷分量下的 J 积分记为 J_I , II 型分量下的 J 积分记为 J_{II} . 同时证明了 J_I 、 J_{II} 对弹性或弹塑性材料具有与积分路径无关的性质. 这样在 J 主导区中, J_I 、 J_{II} 及其比值 J_I/J_{II} 即可用来描述应力场的复合程度.

2.1.3 裂尖塑性复合参数 M^p

C. F. Shih 在用滑移线场理论研究 I + II 复合型应力应变场时推导了从 I 型过渡到 II 型的滑移线场解. 该解可分为两部分, 即 I 型解和 II 型解. 据此定义了裂尖塑性复合参数 M^p 为

$$M^p = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0)}{\sigma_{\theta r}(r, \theta = 0)} \right] \quad (2)$$

对于 I 型, $M^p \rightarrow 1$. 对于 II 型, $M^p \rightarrow 0$, I + II 复合型, $M^p \rightarrow 0 \sim 1$.

2.2 裂纹启裂及扩展方向的定义

复合型脆性断裂时裂纹尖端的变形较小, 扩展前钝化不明显. 裂纹端部可看作作为一个点, 启裂可认为从该点开始. 裂纹的扩展方向在扩展过程中不发生变化, 其方向可用与韧带上裂纹延长线的夹角 α 表示 (图 1 (a)). 复合型韧性断裂或者裂尖的曲率半径需要考虑时, 启裂前裂尖已发生钝化. 启裂点在钝化裂尖轮廓上的某一点, 该点可用以钝化裂尖曲率中心为极点, 与韧带上裂纹延长线的夹角 α_s 表示. 而此时, 裂纹的扩展方向则以与裂纹延长线的夹角 α_s 表示 (图 1 (b)).



图1 裂尖形状及其启裂和扩展方向的定义

3 裂纹尖端的应力应变场

3.1 应力应变场的解析解

弹塑性复合型裂纹裂端应力应变场的理论研究首先是用滑移线场理论进行的。C. F. Shih 在 J. W. Hutchinson 工作的基础之上进行了 I+II 复合型载荷下裂端滑移线场的研究, P. J. Budden 考虑了裂纹扩张情况下的滑移线场的变化情况。C. F. Shih 的结果表明: 小范围屈服下, 复合型的滑移线场解可分为两部分: 即趋于 I 型的解和趋于 II 型的解。定义裂尖塑性复合参数 M^p , 对于幂率硬化材料, 若设硬化率为 $\frac{\sigma}{\sigma_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n$, 则复合载荷下裂端应力、应变及位移的 HRR 解可写为

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 K_{M^p} r^{-\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, M^p) \quad (3)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\alpha}{E} \sigma_0 (K_{M^p})^n r^{-\frac{n}{n+1}} \tilde{\epsilon}_{ij}(\theta, M^p) \quad (4)$$

$$u_i = \frac{\alpha}{E} \sigma_0 (K_{M^p})^n r^{-\frac{n}{n+1}} \tilde{u}_i(\theta, M^p) \quad (5)$$

其中 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 、 $\tilde{\epsilon}_{ij}$ 、 \tilde{u}_i 分别是应力、应变和位移的角因子, K_{M^p} 是幅值因子, 由下式确定

$$J = \frac{\alpha}{E} \sigma_0^2 I_n(M^p) (K_{M^p})^{n+1} \quad (6)$$

其中 I_n 是与 n 有关的常数, α 是常数。

由于在局部场中 K_{M^p} 不能确定, 上式不能同时确定两个未知参数 M^p 和 K_{M^p} 。缺少一个控制方程。C. F. Shih 应用奇异单元, 借助有限元方法及上式确定了 K_{M^p} 和 M^p 及它们与 K_I/K_{II} 的关系。由此确定了复合型弹塑性应力应变场。同时也把复合载荷下的 J 积分与应力应变场强度联系起来。

P. Dong 及 J. Pan^[1,2] 在 C. F. Shih 的工作基础之上深入研究了平面应力裂尖前沿弹性应力区及塑性应力区的分布, 不同于 C. F. Shih 对裂尖场中常应力区及曲线扇区的组合。P. Dong 对此作了进一步的修正, 由此推得了在复合型弹塑性滑移线场理论中所缺少的应力应变场的控制方程。得到的 I 型应力场解与 J. W. Hutchinson 得到的解在裂尖前沿多出一小范围的常应力区。

3.2 数值解

计算机及计算技术的不断发展促进了力学研究的极大发展。绝大多数在理论上极难突破的力学问题借助数值方法都已获得了较满意的解答。复合型弹塑性应力应变场的研究也是如此。由于材料、零构件的形状、工作环境的复杂多样, 大部分情况下的理论解答均难以获得。有关的参数自然难以确定。因此, 寻求恰当的数值解答已成为复合型弹塑性应力应变场研究的主要趋向。

S.Aoki^[3]首先利用 Gurson 本构方程, 用有限元方法研究了延性材料 I+ II 复合型载荷下裂端的应力应变场、变形场及塑性区的形状。数值分析表明: 裂纹尖端的应力场按与裂尖的远近可分为 4 个部分: 距裂尖最近的、受已形核的空洞剧烈影响的损伤区域, 该区域中, 应力应变场不存在奇异性, 受裂尖随机的微空洞的影响, 因此无法确定。紧靠损伤区域外围、受裂尖变形影响的钝化裂尖场。钝化裂尖场以外的 HRR 场。最外围的 K 主导场 (图 2)。

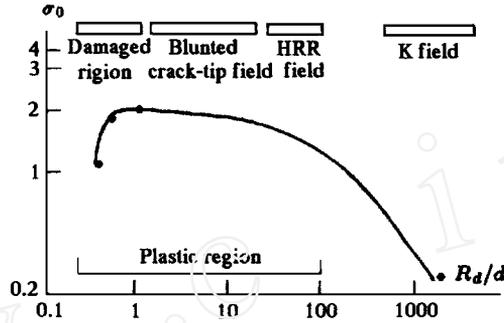


图 2 裂尖应力场的 4 个部分

数值模拟裂尖在不同复合比及不同载荷程度下的变形表明: 纯 I 型时, 裂尖是对称张开的完全钝化变形; 而在 I + II 复合型时呈非对称性, 裂尖的上、下半部分别呈钝化、锐化的趋势。锐化区域材料受压, 而钝化区材料承受拉应力。随着 II 型分量的增加, 这种趋势愈加明显。当外载增大时, 裂尖的变形呈现出自相似的性质。Akio Otsuka^[4]、P.Dong^[2]、沙江波^[5]、K.Togho、高玉臣等从不同角度对韧性复合型断裂的裂尖应力应变场进行了研究。

最近发展的一种不同于传统有限元的数值模拟方法——分子动力学方法, 也已用于韧性复合型问题的断裂研究之中。这一方面, 代表性的工作是 H. Kitagawa^[6-8]的研究工作。从 S.Aoki^[3]的有限元分析结果可以看出, 距裂尖最近的应力场损伤区及钝化裂尖区无法用 HRR 场描述。有限元的单元要表征材料的宏观力学行为, 就难以小到能够恰当反映裂尖的损伤及其对应力场的影响。材料在该区域的微结构特征难以考虑进去。H. Kitagawa 发展的分子动力学方法以晶体中的分子为基本模型, 考虑了晶体中的缺陷及其运动 (如位错、晶体的变形及扭曲等), 以分子间作用力的平衡为基本平衡方程。数值模拟材料在各种载荷下裂尖的变形及应力应变场。初步的研究是针对具有简单晶体结构的材料, 如体心立方和面心立方单晶。位错形核、发射对裂尖应力场影响的分子动力学模拟表明: 当位错发射方向与裂纹延长线的方向一致时, 在面心立方晶体结构材料如单晶铜受纯 II 型载荷时, 位错形核前, 裂尖应力场与 K_{II} 主导区内的线弹性应力场符合较好。位错形核后, 应力场内一小的波峰随着位错的向前运动而迅速离开裂尖, 最后堆积在裂尖前沿的某一位置。这样在裂纹尖端处形成一无位错区。该结论与位错理论得到的结论基本一致。然而要考虑到裂尖处材料的其它缺陷 (如晶界、空洞、夹杂等) 的影响, 需作更进一步的研究工作。

4 复合型弹塑性裂尖损伤、启裂及扩展的特征

4.1 裂尖的变形及损伤

裂尖的变形及损伤的研究可利用数值模拟和实验观测相结合的方法。由数值计算可得到不同应力状态、不同载荷水平下裂尖前沿区域的空穴体积分数、裂尖形状、应力三轴程度以

及塑性变形的情况。S.Aoki^[3], A.Otsuka^[4], 沙江波^[5]等作了较为仔细、系统的计算工作。其结果表明: I型和II型裂尖的变形、应力三维度、等效塑性应变和空穴体积分数的分布差别很大(图3,图4)。I型裂端首先发生钝化,应力三维度的最大值位于裂尖前方一小段距离处(如图3(a)中的D处),随距裂尖距离的减小应力三维度变小。等效塑性应变集中于裂尖前沿,该处的空穴体积分数也最大。由图3可见,等效塑性应变与空穴体积分数在裂尖前沿的分布极为一致。II型裂纹尖端变形不对称,呈钝化、锐化趋势。应力三维度在锐化段上为负值。沿裂纹前沿逐渐变化到钝化区上的正值。其最大值落在钝化裂尖的前沿。等效塑性应变在钝化及锐化裂纹前沿两个区域上取到极大值。而空穴体积分数则随载荷水平的增加,锐化段逐渐减小,钝化段逐渐增大,其极大值集中于钝化裂尖前沿上。

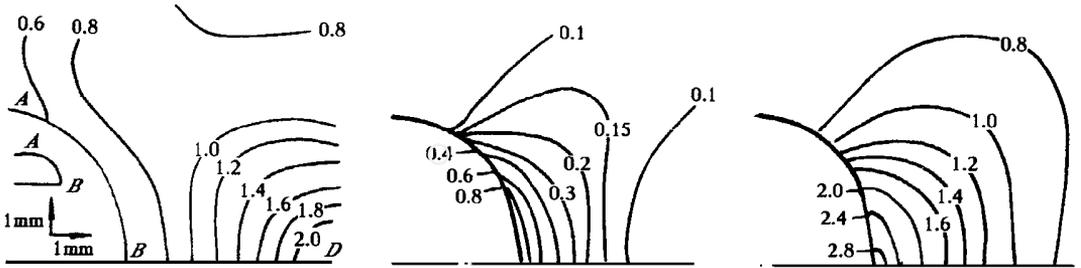


图3 张开型时裂纹前沿变形、应力三维度、等效塑性应变和空穴体积分数的分布

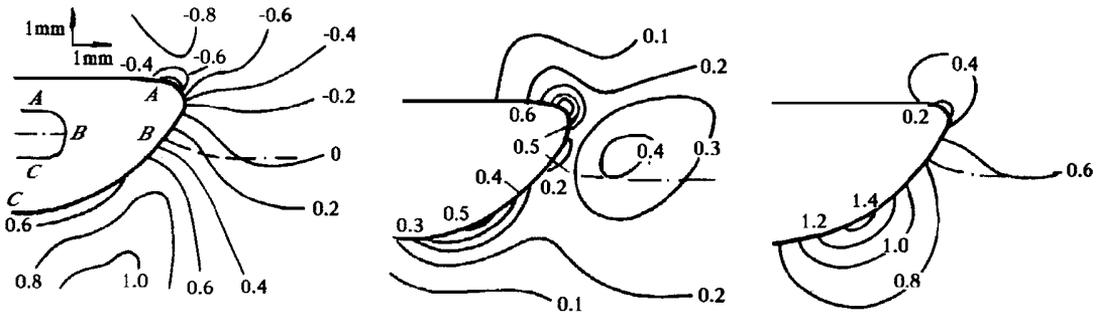


图4 滑开型时裂纹前沿变形、应力三维度、等效塑性应变和空穴体积分数的分布

复合型裂端变形及损伤的试验研究可采用两种方法:一种是将试样加载至不同载荷水平后停机,纵向剖开试样,显微观测不同剖面上裂尖前沿的变形及损伤。另一方法是进行电镜原位观测。下面将结合裂纹的启裂及扩展来说明两种方法的应用。

4.2 裂纹的启裂及扩展

A.Otsuka^[4]对SM41A钢三点弯曲(I型)和四点弯曲(II型及I+II复合型)启裂前后纵向剖面的显微分析表明: I型时裂纹沿其延长线方向启裂、扩展。启裂点与空穴体积分数和等效塑性应变的极大值位置一致。II型及近II型载荷下,启裂则在裂尖的锐化变形部分,其扩展方向基本上也是沿原裂纹的方向。对Fe-3Si的原位拉伸电镜观测发现,此方向为滑移线的集中区,形成集中滑移带。这种情况属于剪切机制的启裂及扩展。沙江波^[5]在对单晶铝和正火态LY12的原位拉伸观测中则发现:裂纹的启裂点始终位于钝化裂尖区,纯II型也是如此。钝化区上滑移带均匀分布。对比文[4]的结果可发现该启裂位置与空穴体积分数和等效塑

性应变的极大值一致。

裂纹的扩展在复合型韧断问题中比较复杂, 一般认为: 无论最初的复合程度, 在扩展过程中裂纹总是趋向于成为张开型, 同时, 扩展过程也受材料特性、试样形式和加载速率的影响。本文作者在对LY12-CZ四点弯曲试样所作的复合型准静态加载试验表明, 近II型载荷下, 裂纹的扩展方向和扩展过程不敏感于外载复合程度的变化, 扩展过程为快速失稳断裂。而近I型裂纹呈稳态扩展, 扩展过程中方向不断发生变化, 最终接近于I型断裂。

5 断裂的物理机制及其理论

如上所述, I型占主导时, 裂纹的启裂大致与空穴体积分数的极大值区域一致。而在该方向上应力三维度一般最大, 空穴形核后能够得到充分发展。应力应变场分析表明, 该处拉应力取极大值而切应力取极小值^[5]。对应于这种情况下的裂纹的启裂和扩展服从韧性断裂的一般规律, 即空穴的形核、扩张和最后的聚合。对于韧性较差的材料, 即使是在近II型和纯II型应力状态下, 也常表现为受周向拉应力控制的失效。对于韧性较好的材料, 如文[4]中用到的SM41A钢和40CrNiMo, 其启裂和扩展是受最大切应力所控制。最大切应力分布的位置处约束程度最小, 等效应变梯度也最小。此方向位于塑性区尺寸最大的方向上, 塑性变形的区域较大, 塑性积累严重。这种情况下裂纹一旦启裂, 一般将发生失稳扩展。

迄今为止, 在断裂力学的研究中, 人们的主要精力放在I型问题的研究。对II型和III型断裂问题缺乏深入系统的研究, 尤其是弹塑性断裂。加之复合型弹塑性问题本身的复杂性和数学处理的困难。因此, 复合型韧断特征参数和断裂理论的研究还处于初级阶段。这方面的研究目前主要可分两类: 一方面, 致力于对线弹性复合型断裂判据的改良, 另一方面, 试图利用弹塑性I型断裂中使用的较为成功的特征参量 J 积分和COD等, 通过分解其为I型分量和II型分量, 进而推广应用于复合型断裂的分析之中。

H. Ishikawa证明了 J_I 、 J_{II} 对于线弹性和弹塑性材料具有与积分路径无关的性质。指出复合载荷下的 J 积分是由I型载荷分量下的 J_I 和II型载荷分量下的 J_{II} 组成, 即

$$J = J_I + J_{II} \quad (7)$$

B. Cottrell和Y.W. Mai^[9]用双边缺口拉伸试样研究了平面应力条件下的复合型断裂。从实验角度证明了 J 积分用于复合型断裂分析的可能性。并认为加工硬化率大的材料 J_{MC} 是常数, 而加工硬化率小的材料 J_{MC} 随复合比变化。M. Sakata等对铝合金平板斜裂纹试样的实验研究表明, 启裂准则似有

$$J_{Ic}^M + J_{IIc}^M = J_{MC} \quad (8)$$

的条件, J_{Ic}^M 、 J_{IIc}^M 是某复合比下启裂 J 临界值的I型和II型分量。而T. Takamatsu等进行同样的试验发现上式应修改为

$$J_{Ic}^M + \alpha J_{IIc}^M = J_{MC} \quad (9)$$

这里 α 是材料常数。S. Aoki^[10]用H. Richard发展的紧凑拉剪试样研究了裂尖延伸区长度与它们所定义的 J 积分之间的关系。认为该 J 积分可作为复合型弹塑性断裂分析的有效参量。文[7]提出一个任意复合比下启裂 J_{MC} 与复合比以及 J_{Ic} 、 J_{IIc} 的关系

$$J_{MC} = \frac{K_1^2}{K_1^2 + \alpha K_2^2} J_{Ic} + \frac{\alpha K_2^2}{K_1^2 + \alpha K_2^2} J_{IIc} \quad (10)$$

其中 $\alpha = J_{IIc} / J_{Ic}$, 该文认为上式与铝合金的结果符合很好. K. Togho^[11]在有限元分析基础上提出一种测定复合载荷下裂端张开位移 CTOD 和滑开位移 CTSD 与载荷的关系和计算复合型 J 积分的方法, 并对一种可焊结构钢 SM 41A 和铝合金 6061-T 651 测定了复合型启裂韧度. 得到两种不同的 J_{Ic} 到 J_{IIc} 的变化关系. 这说明材料的性质在复合型启裂中不容忽视.

类似于 J 积分的分析, 复合型断裂问题中的裂尖张开位移 COD 也可分解为 I 型分量 CTOD 和 II 型分量滑开位移 CTSD, CTOD 和 CTSD 的概念可由复合载荷下裂尖的 Dugdale 模型给出. A. Otsuka 利用扫描电镜研究了复合型斜裂纹尖端 COD 与断裂延伸区宽度 SZW 之间的关系, 提出了一种以 COD 为基础的断裂理论, 认为 COD 与 SZW 之间存在着 $COD = \sqrt{2} SZW$ 的关系. Y. Ueda 研究了斜裂纹裂端区在单、双轴载荷下的变形与断裂, 提出了 COD 矢量准则. 孙国有^[12]利用多剖面法测定了 16MnR 钢带不同倾斜裂纹的十字形试样在双轴载荷下裂纹尖端的张开位移矢量 CTOD. 所得结果表明: 高韧性材料裂纹启裂时, CTOD 的数值并不是材料的常数, 但是, CTOD 的方向与裂纹的扩展方向有较好的关联, 且其张开型分量与裂纹倾斜角无关, 为一与用标准 I 型试样测得的断裂韧性值基本相同的常数. 因此, CTOD 有望成为高韧性材料复合型断裂的特征参数.

即使如此, 基于 COD 的复合型断裂准则, COD 参量本身其概念准确的定义至今还不一致, 复合型时更难以测量、计算, 且理论上也不是很明确, 因此, 有待进一步的研究.

G. C. Sih^[3]在其针对线弹性断裂问题提出的应变能密度因子理论的基础之上, 通过大量的实验及计算工作, 在一定的假设下, 将其推广应用于弹塑性断裂问题. 对于线弹性和弹塑性断裂问题, 应变能密度可由下式计算

$$\frac{dW}{dV} = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (11)$$

假设, 最大屈服区的位置与应变能密度最大值 $(dW/dV)_{\max}$ 的位置一致. 而裂纹的启裂点则对应于应变能密度的极小值 $(dW/dV)_{\min}$.

假设, $(dW/dV)_{\max}$ 达到其临界值时材料发生屈服最终破坏. 而 $(dW/dV)_{\min}$ 达到其临界值时材料发生空洞扩展、聚合, 最后断裂.

Takao Utsunomiya^[14]将此应变能密度理论应用于弹塑性复合型断裂问题中, 认为: 应变能密度 (记为 ϵ_{φ}) 是裂尖前沿不同方向 φ 的函数, 对于 I + II 复合型断裂问题, ϵ_{φ} 可由 I 型对其的贡献 ϵ_I 和 II 型对其的贡献 ϵ_{II} 组成. 近 I 型时, 裂纹的启裂由 ϵ_I 控制, 而近 II 型时则由 ϵ_{II} 控制.

6 结 论

(1) 在纯 II 型及近 II 型载荷下, 对韧性材料断裂的特征、机理缺乏深入、系统的研究. 据报导, 加州理工学院针对 II 型载荷下材料的剪切断裂进行了系统的实验、数值和理论分析工作, 认为 II 型载荷下由剪切带传播作为先导而引起 II 型断裂, 剪应变的大小对 II 型断裂过程起主要作用. 本文作者的实验结果也支持了这一观点. 本文作者曾对 LY12CZ 四点弯曲试样进行的剪切试验研究表明: 近 II 型载荷时, 裂纹的启裂和扩展是在一瞬间完成的, 并伴随较大的声响. 这一特征是否普遍, 未见报导. 裂纹的启裂和扩展在一瞬间完成, 是基于在此之前剪切带已经传播到裂纹扩展的终点. 同时, 不同材料呈现不同的断裂特征, 其机理和影响因素有待深入研究.

(2) 在已有的理论中,对纯 II 型和近 II 型断裂的研究,主要针对脆性断裂的(如 K_{II})和简单结构材料(如单晶体的临界切应力理论).而对于普通多晶材料,考虑到晶界、夹杂、空洞等缺陷的断裂,目前还没有一个较好的理论.

(3) 随着复合型程度的不同,弹塑性复合型断裂问题中,材料结构及微观特征的影响是不可忽视的,对于有些材料几乎是起决定作用的.在对此没有透彻的研究分析之前,单纯从力学角度运用单参数来研究复合型断裂准则显然不合适,应从力学与材料科学相结合的角度来分析.

(4) 大量的宏微观试验表明,裂纹的启裂和扩展的机理在 I 型和 II 型时是有区别的,启裂的发生取决于两种机理何者占优,也可能随着复合程度的不同,两者以不同程度同时发挥作用.在引入 J 积分、COD 和其它的一些参数时,这些参数是否能够较好地描述不同断裂机理的断裂问题,或需要有所修正或者改变,目前还不清楚,需作较为仔细的研究工作.

(5) 弹塑性复合型断裂问题中,裂尖前沿变形较大,需要发展能准确描述裂端应力场特征的参量.张克实^[15]的组合功密度准则可能是一有希望的参量,可称之为加权能量密度函数方法.

参 考 文 献

- 1 Dong P. A asymptotic crack-tip fields for perfectly plastic solids under plane-stress and mixed-mode loading conditions. *J Appl Mech*, 1990, 57: 635~ 638
- 2 Dong P. Plane-stress mixed-mode near-tip fields in elastic perfectly plastic solids. *Engng Fract Mech*, 1990, 37 (1): 43 ~ 45
- 3 Aoki S. A finite element study of the near crack tip deformation of a ductile material under mixed mode loading. *J Mech Phys Solids*, 1987, 35 (4): 431~ 455
- 4 Otsuka A. Relationship between ductile crack initiation and void volume fraction. *Nuclear Engineering and Design*, 1987, 105: 121~ 129
- 5 沙江波. 西安交通大学博士论文, 西安, 1994
- 6 Kitagawa H. Molecular dynamics study of crack processes associated with dislocation nucleated at the tip. *Materials Science and Engineering*, 1994, A 176: 263~ 269
- 7 Kitagawa H. Microstructural aspects of crack extension in a crystalline material. *ICF6*, 1991: 111~ 116
- 8 Kitagawa H. Study on computational modelling for materials with crystalline structure ([III] A Numerical Simulation of Atomic Structure in Crack-tip Field Under Mode II Loading). *JSM E*, 1993, 59 (564): 40~ 47
- 9 Mai YW et al. On mixed-mode plane stress ductile fracture. *ICF7*, 1989: 2269~ 2278
- 10 Aoki S et al. Elastic-plastic fracture behavior of an aluminum alloy under mixed mode loading. *J Mech Phys Solids*, 1990, 38: 195~ 213
- 11 Togho K. Elastic-plastic fracture toughness test under mixed mode I-II loading. *Engng Fract Mech*, 1992, 41 (4): 529 ~ 540
- 12 孙国有. 高韧性材料 I-II 复合型裂纹尖端张开位移矢量的研究. *浙江大学学报*, 1989, 23 (1): 70~ 78
- 13 Sih G C. Fracture initiation under gross yielding: strain energy density criterion. *Engng Fract Mech*, 1983, 18 (3): 667 ~ 677
- 14 Utsunomiya T et al. Fracture criterion of a mixed-mode crack (1st Report: A study based on fracture of an inclined crack under tensile loading). *JSM E*, 1991, 57 (542): 88~ 94
- 15 郑长卿等. 裂纹体与无裂纹体统一损伤断裂理论研究文集. 西安: 西北工业大学出版社, 1991: 21~ 29

(1995年8月6日收到第1稿,

1996年3月2日收到修改稿)