

冻结黏土单轴抗压试验及损伤本构模型分析¹⁾

姚兆明²⁾ 余文 麻世堃 郭梦圆

(安徽理工大学土木建筑学院, 安徽淮南 232001)

摘要 从冻土微元破坏服从 Weibull 随机分布的特点出发, 将 Mohr-Coulomb 强度准则作为冻土微元统计分布变量, 利用应变等价性假说, 建立了单轴应力状态下冻结黏土损伤本构模型; 在此基础上, 讨论了模型参数和弹性模量与冻结温度的关系, 对模型参数和弹性模量进行合理修正, 建立了温度影响下的冻结黏土损伤本构模型, 并与试验结果进行对比。分析结果表明: 考虑温度效应的损伤本构模型能很好地模拟冻结黏土应力-应变全过程曲线, 具有很好的适应性。

关键词 单轴应力状态, Mohr-Coulomb 准则, Weibull 分布, 损伤本构模型

中图分类号: TU443 **文献标识码:** A **doi:** 10.6052/1000-0879-19-301

UNIAXIAL COMPRESSION TEST AND DAMAGE CONSTITUTIVE MODEL FOR ANALYSIS OF FROZEN CLAY¹⁾

YAO Zhaoming²⁾ YU Wen MA Shilong GUO Mengyuan

(School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, Anhui, China)

Abstract The Mohr-Coulomb strength criterion is used as the statistical distribution variable in the Weibull random distribution for the frozen soil micro-meter damage. The damage constitutive model of the frozen clay under uniaxial stress state is established by using the strain equivalence hypothesis. On this basis, the relationship between the model parameters and the elastic modulus and the freezing temperature is determined. The model parameters and the elastic modulus are corrected reasonably. The damage constitutive model of the frozen clay under the temperature influence is established and the results are compared with the experimental results. The analysis results show that the damage constitutive model with consideration of the temperature effect can be used to simulate the stress-strain full process of the frozen clay well, with a good adaptability.

Key words uniaxial stress state, Mohr-Coulomb criterion, Weibull distribution, damage constitutive model

冻土由于冰的存在决定了它复杂的物理、力学和热学性质, 土体冻胀会造成内部孔洞与裂隙的加速发展, 如损伤、开裂及局部剪切带的形成。冻土本构关系研究是冻土力学研究的重点内容之一。目前国内外对于冻土的损伤理论研究不断完善, 苗天德等^[1] 基于复镜-电镜方法建立了冻土材料连续介质蠕变损伤力学研究的统一框架; 何平等^[2] 基于各

向同性损伤假说, 根据热力学原理, 引用损伤力学理论, 分析了围压的强化弱化双种性质以及冻土所具有的黏弹塑性力学性质; Lai 等^[3-4] 依据函数关系, 将冻土轴向应变定义为损伤函数的自变量, 并假设冻土为各向同性材料, 根据以上假设, 建立了横观各向同性损伤变量的表达式, 以弹塑性力学中的损

2019-08-13 收到第 1 稿, 2019-11-20 收到修改稿。

1) 福建工程学院重点科研创新平台开放基金项目 (KF-T18014)。

2) 姚兆明, 教授。主要从事岩土本构模型及数值分析研究。E-mail: zhmyaoaust@126.com

引用格式: 姚兆明, 余文, 麻世堃等. 冻结黏土单轴抗压试验及损伤本构模型分析. 力学与实践, 2020, 42(2): 196-201

Yao Zhaoming, Yu Wen, Ma Shilong, et al. Uniaxial compression test and damage constitutive model for analysis of frozen clay. *Mechanics in Engineering*, 2020, 42(2): 196-201

伤理论为基础, 从而得到了在横观各向同性材料影响下的冻土弹塑性损伤本构模型; 张慧梅等^[5-6]基于岩石微元强度服从Weibull分布规律, 引入损伤变量修正因子, 建立了考虑残余强度影响的岩石损伤本构模型和真三轴应力状态下岩石损伤软化统计本构关系; 陈军浩等^[7]研究了人工冻土蠕变过程及单轴压缩试验, 并建立了相应的力学模型, 为研究冻土损伤提供了一种新思路; 牛力军等^[8]参考弹塑性损伤模型理论和相关试验数据, 建立了砖砌体单轴单调受压和重复受压两种弹塑性损伤本构模型。

假设冻土微元强度服从Weibull随机分布, 基于经典Mohr-Coulomb屈服准则, 运用统计学理论和损伤力学理论建立了冻土统计损伤本构模型。通过一系列低温单轴试验数据来确定模型参数值, 讨论Weibull分布参数随温度的变化规律, 并分析了冻结黏土的弹性模量与温度的关系, 从而得出修正的损伤本构模型, 将修正的损伤本构模型计算值与试验值及未修正的计算值进行对比来验证该修正模型的适用性。

1 冻结黏土单轴抗压强度试验^[9]

1.1 试验方案

试验土样取自山西省某矿井黏土, 试样尺寸为: 直径 50 mm, 高度 100 mm。分别在 -5°C , -8°C , -10°C 和 -15°C 四个不同温度下养护 24 h, 每个温度做三个平行试验 (图 1)。

试验采用安徽理工大学自行研制的 WDT-100 冻土压力试验机, 采用应变速率控制加载方式, 加载速率为 0.01 min^{-1} ; 试验过程中的载荷及应变可实时采集, 当试验满足停止条件时, 立即停止仪器。



(a) 试验前的试样

(b) 试验后的试样

图 1 试验前后试样

1.2 试验结果及分析

通过单轴抗压强度试验, 得冻结黏土在 -5°C , -8°C , -10°C , -15°C 温度下的应力-应变曲线 (图 2)。

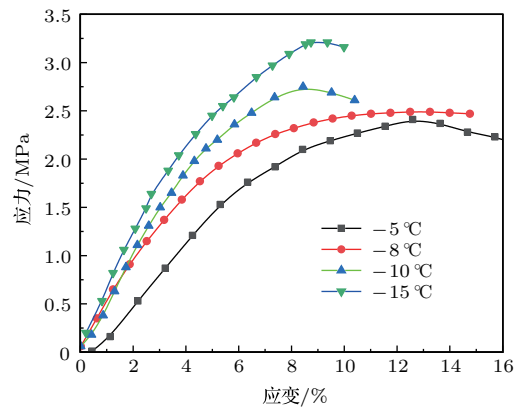


图 2 不同温度下重塑黏土应力-应变曲线

由图 2 可知, 冻结黏土的单轴压缩大致经历三个阶段: 弹性增长阶段, 应力-应变曲线近似呈线性增长趋势, 此时土体变形主要通过土体内部颗粒间的压缩; 塑性屈服阶段, 当应力持续增大时, 土样开始产生具有不可恢复的塑性变形, 随着变形的增大, 其抵抗塑性变形的应力也在不断增大直至达到试样的最大应力, 土体表面开始出现细微的裂纹; 加速破坏阶段, 试样达到最大应力后持续加载, 土体裂纹发展延伸并贯通导致试样破坏。

通过上述试验, 得冻结黏土在一系列温度下的单轴抗压强度值, 见表 1。

表 1 重塑黏土单轴抗压强度值

温度/ $^{\circ}\text{C}$	-5	-8	-10	-15
抗压强度/MPa	2.53	2.69	2.73	2.89

由表 1 可知, 冻土内部由于冰晶体的存在, 其结构、强度等特性都与常规土体有所不同。温度的变化直接影响土体的抗压强度, 随着温度的降低, 土体内部组成逐渐发生变化, 未冻水转变为冰晶, 使得土体的抗压强度增大。

2 冻结黏土损伤本构模型

2.1 统计损伤变量

基于 Lemaitre^[10] 的应变等价性假说, 材料在变形前后应变等价的原则, 即作用在无损伤材料上的等效应力引起的应变与作用在受损材料上的应力引起的应变等价, 表达式为

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma^*}{E} = \frac{\sigma}{E^*} = \frac{\sigma}{E(1-D)} \quad (2)$$

式中, E 为无损材料的弹性模量; E^* 为受损材料的弹性模量; ε 为应变; D 为损伤变量; σ 为名义应力; σ^* 为有效应力。

损伤变量可定义为已破坏单元数目与总单元数目之比^[11]

$$D = N_f / N \quad (3)$$

式中, N_f 为已破损单元数目; N 为总单元数目。

设冻土微元破坏的概率为 $P(y)$, 这样在任意区间 $[F, F + dF]$ 内已破坏的微元数目为 $NP(y)dy$, 当加载到某一水平 F 时, 已破坏的微元数目为^[12]

$$N_f(F) = \int_0^F NP(y)dy \quad (4)$$

冻土损伤变量为

$$D = \frac{N_f}{N} = \frac{1}{N} \int_0^F NP(y)dy = \int_0^F P(y)dy \quad (5)$$

2.2 冻土损伤本构模型建立及参数确定

在冻土力学研究中, 假设微元的屈服准则为

$$f(\sigma) = K_0 \quad (6)$$

式中, $f(\sigma)$ 为与应力状态有关的冻土微元屈服准则; K_0 为常数, 随着应力状态变化的参量, 主要与材料黏聚力和内摩擦角有关。如果 $f(\sigma) \geq k_0$, 表明冻土微元屈服或破坏, 因此由 $f(\sigma)$ 与 K_0 的大小关系来判断冻土微元所处的状态^[13]。

综上所述, $F = f(\sigma)$ 可作为冻土微元的强度, 则基于 Mohr-Coulomb 屈服准则的冻土微元强度 F 的表达式为

$$F(\sigma^*) = \sigma_1^*(1 - \sin \varphi) - \sigma_3^*(1 + \sin \varphi) \quad (7)$$

式中, φ 为内摩擦角; $F(\sigma^*)$ 为冻土微元强度随机分布变量; σ_1^* , σ_2^* , σ_3^* ($\sigma_2^* = \sigma_3^*$) 为冻土有效应力。

由虎克定律和式 (1) 可得

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1^* - 2\mu\sigma_3^*}{E} \quad (8)$$

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1 - D} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (9)$$

则冻土微元强度用名义应力可表示为

$$F = \frac{E\varepsilon_1[(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin \varphi]}{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3} \quad (10)$$

本文所做试验为单轴抗压试验, 即 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, 则冻土的微元强度表达式为

$$F = E\varepsilon_1(1 - \sin \varphi) \quad (11)$$

假设冻土微元强度分布服从 Weibull 分布, Weibull 分布的概率密度函数表达式为^[13]

$$P(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (12)$$

式中, F 为微元破坏 Weibull 分布的分布变量; m 及 F_0 为分布参数。

将式 (12) 代入式 (5) 得损伤变量为

$$D = \int_0^F P(y)dy = 1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (8), 式 (9) 及式 (1), 得基于 Weibull 分布的冻结黏土损伤本构关系^[12]

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E\varepsilon_1(1 - D) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = \\ &E\varepsilon_1 \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \end{aligned} \quad (14)$$

由以上试验可知, 此时 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, 式 (14) 化简为

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (15)$$

将式 (15) 进行化简变形, 得^[14]

$$\frac{\sigma_1}{E\varepsilon_1} = \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad (16)$$

由式 (16) 得

$$-\ln\left(\frac{\sigma_1}{E\varepsilon_1}\right) = \left(\frac{F}{F_0}\right)^m = \alpha F^m \quad (17)$$

再进一步变形得

$$\ln\left[-\ln\left(\frac{\sigma_1}{E\varepsilon_1}\right)\right] = \ln \alpha + m \ln F \quad (18)$$

对式 (18) 进行参数替换得

$$\alpha = \left(\frac{1}{F_0}\right)^m \quad (19)$$

$$Y = \ln\left[-\ln\left(\frac{\sigma_1}{E\varepsilon_1}\right)\right] \quad (20)$$

$$X = \ln F \quad (21)$$

$$b = \ln \alpha \quad (22)$$

由式 (19)~式 (22), 将式 (18) 化简为

$$Y = mX + b \quad (23)$$

由此进行线性拟合可得 m 与 b 的值, 可求得

$$F_0 = \exp(-b/m) \quad (24)$$

通过式 (15)~式 (24) 计算参数 F_0 的值 (见表 2), 因 m 受温度的影响小, 此时 m 取定值 1.65。

表 2 不同温度水平下参数 F_0 值

温度/ $^{\circ}\text{C}$	-5	-8	-10	-15
参数 F_0	3.394	4.169	4.45	4.904

将上述所求参数值带入损伤本构方程(式15), 得不同温度下的理论曲线与试验曲线对比图(图3)。

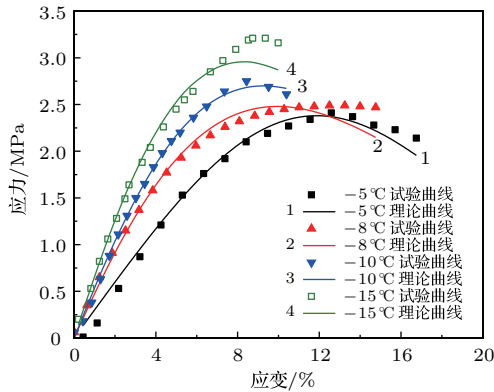


图3 不同温度下的理论曲线与试验曲线对比

分析图3可知, 试验曲线和理论曲线走势基本一致, 且吻合较好, 但在达到强度峰值后, 理论曲线和试验曲线吻合不是很好。为了模型更符合实际情况, 应寻找合理的修正方法对其进行修正。

2.3 考虑温度效应的冻土损伤本构模型

弹性模量是反映冻土力学性能的重要参数之一, 根据力学规范, 将单轴最大抗压强度1/2时与其所对应的轴向应变的比值作为试验的冻结黏土的弹性模量值。

因此, 根据冻结黏土单轴抗压试验数据(图2), 得不同温度下的弹性模量(表3)。

由表3可知, 随着温度的降低, 冻结黏土的弹性模量总体呈上升趋势, 因冻结温度较低时, 土体内部未冻水转化为冰晶, 从而增大了冻结黏土的强度。

弹性模量与温度的关系如图4所示。

表3 不同温度水平下冻结黏土的弹性模量

温度/°C	-5	-8	-10	-15
弹性模量/MPa	30.14	48.67	54.67	67.37

分析图4可知, 冻结黏土的弹性模量与温度呈线性关系, 通过线性回归方程得

$$E = -3.5T + 16.2 \quad (25)$$

其中, T 是冻结温度, 单位是 °C。

由表2可知, 随着温度的降低, Weibull 分布参数 F_0 总体呈上升趋势, 参数 F_0 与温度的变化关系如图5所示。

由图5可知, 分布参量 F_0 与温度呈线性关系, 通过线性回归方程得

$$F_0 = -0.14T + 2.85 \quad (26)$$

其中, F_0 是 Weibull 分布参数; T 是冻结温度, 单位是 °C。

将式(11)、式(25)~式(26)代入式(15)得修正的冻结黏土损伤本构方程

$$\sigma_1 = (-3.5T + 16.2)\varepsilon_1 \cdot \exp \left\{ - \left[\frac{(-3.5T + 16.2)\varepsilon_1(1 - \sin \varphi)}{-0.14T + 2.85} \right]^{1.65} \right\} \quad (27)$$

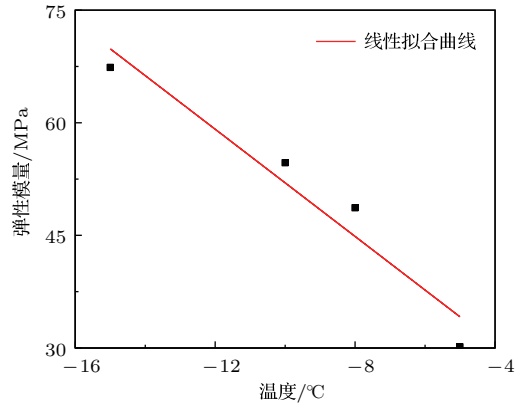


图4 冻结黏土弹性模量与温度的变化曲线

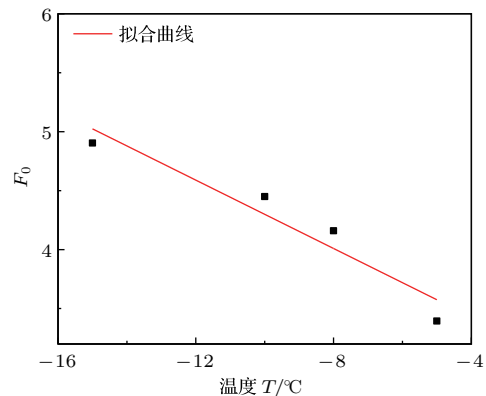


图5 Weibull 分布参数与温度的变化关系

2.4 模型验证

将考虑温度效应的冻土损伤本构模型计算曲线与试验曲线进行对比, 结果如图6所示。

分析图6可知, 考虑温度效应的冻土损伤本构模型充分反映了冻结黏土的力学特性与强度随温度变化的特征; Weibull 分布参数 F_0 与弹性模量影响冻土损伤本构模型曲线的形态, 而且, 它们直接受温度的影响, 据此进行修正, 所得模型较现有模型更接近实际情况; 充分反映冻土破坏过程的损伤不仅随冻土微元强度而变化, 而且受冻结温度的影响, 此模型较现有模型更接近实际情况。

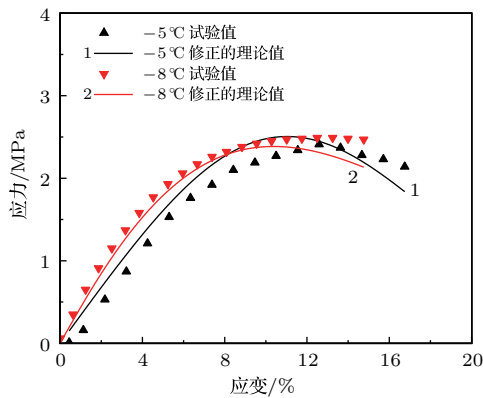
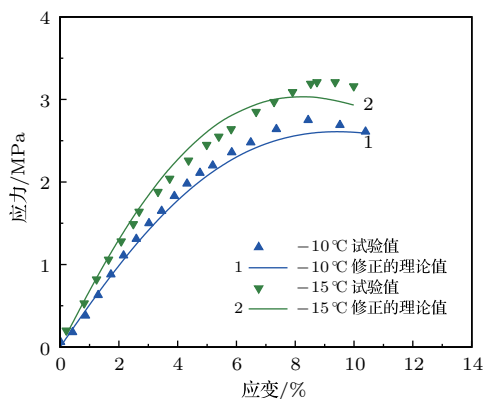
(a) 冻结温度 $T = -5^{\circ}\text{C}$ 与 $T = -8^{\circ}\text{C}$ (b) 冻结温度 $T = -10^{\circ}\text{C}$ 与 $T = -15^{\circ}\text{C}$

图6 不同温度下的试验曲线与修正的理论曲线

3 结论

以Mohr-Coulomb屈服准则为基础,从冻结黏土微元强度服从Weibull分布角度出发,通过引进冻结黏土微元强度和Weibull随机分布参数 m 及 F_0 ,分析Weibull随机分布参数 F_0 和弹性模量与温度的关系,得修正的冻结黏土单轴受压破坏的损伤演化方程,可以得出如下结论:不考虑温度效应下的损伤本构模型,能反映冻结黏土在单轴应力状态下破坏的全过程,尤其是在考虑冻结黏土软化特性的情况下,但模型拟合结果与实际存在偏差;在考虑温度效应时,通过分析Weibull分布参数 F_0 与冻结黏土弹性模量 E 随着温度的变化规律,发现随着温度的降低,分布参数 F_0 和弹性模量 E 也随之增大,两者影响着冻结黏土的微元强度,据此进行修正,从而得到修正的冻结黏土损伤本构模型,此模型能很好地模拟应力-应变过程曲线,且与试验结果具有较好的一致性。

建立的冻结黏土单轴强度损伤本构模型形式简单、模型参数易于确定且模型参数有明确的物理意

义,更便于实际工程的应用。

参 考 文 献

- 1 苗天德,魏雪霞,张长庆. 冻土蠕变过程的微结构损伤理论. 中国科学 B, 1995, 25(3): 309-317
Miao Tiande, Wei Xuexia, Zhang Changqing. Microstructural damage theory of permafrost creep process. *Science in China B*, 1995, 25(3): 309-317 (in Chinese)
- 2 何平,程国栋. 冻土黏弹塑性损伤耦合本构理论. 中国科学 D, 1999, 22(1): 158-162
He Ping, Cheng Guodong. Viscoelastic-plastic damage coupled constitutive theory of permafrost. *Science in China D*, 1999, 22(1): 158-162 (in Chinese)
- 3 Lai YM, Li JB, Li QZ. Study on damage statistical constitutive model and stochastic simulation for warm ice-rich frozen silt. *Cold Regions Science and Technology*, 2012, 71(2): 102-110
- 4 Lai YM, Li SY, Qi JL. Strength distributions of warm frozen clay and its stochastic damage constitutive model. *Cold Regions Science and Technology*, 2008, 53(2): 200-215
- 5 张慧梅,刘小宁,彭川等. 考虑残余强度影响的岩石损伤本构模型. 力学与实践, 2018, 40(1): 51-55
Zhang Huimei, Liu Xiaoning, Peng Chuan, et al. A damage constitutive model of rock with consideration of residual strength. *Mechanics in Engineering*, 2018, 40(1): 51-55 (in Chinese)
- 6 张慧梅,谢祥妙,张蒙军等. 真三轴应力状态下岩石损伤本构模型. 力学与实践, 2015, 39(1): 75-78
Zhang Huimei, Xie Xiangmiao, Zhang Mengjun, et al. Damage constitutive model of rock under the true triaxial confinement state. *Mechanics in Engineering*, 2015, 39(1): 75-78 (in Chinese)
- 7 陈军浩,乔成. 基于级连相关神经网络的人工冻土本构模型. 力学与实践, 2016, 38(3): 306-309
Chen Junhao, Qiao Cheng. Constitutive model of artificial frozen soil based on Cascade-Correlation neural network. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(3): 306-309 (in Chinese)
- 8 牛力军,张文芳. 砖砌体双参数单轴受压弹塑性损伤力学模型. 力学与实践, 2017, 39(1): 35-39
Niu Lijun, Zhang Wenfang. Uniaxial compression elastic-plastic damage model with double parameters of brick masonry. *Mechanics in Engineering*, 2017, 39(1): 35-39 (in Chinese)
- 9 郭梦圆. 温度效应下深部黏土强度特性及显式蠕变本构模型研究. 淮南: 安徽理工大学, 2019
Guo Mengyuan. Strength characteristics analysis and explicit creep constitutive model of deep clay under temperature effect. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2019 (in Chinese)
- 10 Lemaitre J. How to use damage mechanics. *Nuclear Engineering and Design*, 1984, 80(3): 233-245
- 11 王松鹤,刘奉银,齐吉琳. 考虑冻融的粉质黏土统计损伤本构关系研究. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(12):

- 229-230
Wang Songhe, Liu Fengyin, Qi Jilin. Statistical damage constitutive model for silty clay after freeze-thaw cycling. *Journal of Northwest A&F University* (Natural Science Edition), 2016, 44(12): 229-230 (in Chinese)
- 12 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 岩石损伤统计强度理论研究. 岩土工程学报, 2004, 26(6): 820-823
Cao Wengui, Zhao Minghua, Liu Chengxue. A study on damage statistical strength theory for rock. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(6): 820-823 (in Chinese)
- 13 张德, 刘恩龙, 刘星炎等. 基于修正 Mohr-Coulomb 屈服准则的冻结砂土损伤本构模型. 岩土力学与工程学报, 2018, 37(4): 979-980
Zhang De, Liu Enlong, Liu Xingyan, et al. A damage constitutive model for frozen sandy soils based on modified Mohr-Coulomb yield criterion. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(4): 979-980 (in Chinese)
- 14 陈松, 乔春生, 叶青等. 基于摩尔-库伦准则的断续节理岩体复合损伤本构模型. 岩土力学, 2018, 39(10): 3613-3616
Chen Song, Qiao Chunsheng, Ye Qing, et al. Composite damage constitutive model of rock mass with intermittent joints based on Mohr-Coulomb criterion. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(10): 3613-3616 (in Chinese)

(责任编辑: 胡漫)