

流体力学课程流体运动描述的教学方法

朱贞卫¹⁾ 王发辉 王 华

(河南理工大学机械学院, 河南焦作 454000)

摘要 为了在课堂教学中清晰阐述流体的运动, 在作者多年的流体力学课程教学经验和体会的基础上, 应用连续介质假设, 对流体力学课程中关于流体运动描述的 Lagrange 方法和 Euler 方法及其相互转换的教学方法进行了探讨。将抽象的概念, 形象地从时空角度, 讲述流体作为连续介质的运动规律。分析结果能够对学生学习这些内容提供帮助, 同时为其他教师对流体力学课程的讲授提供参考。

关键词 流体力学, Lagrange 方法, Euler 方法, 教学方法

中图分类号: O35 文献标识码: A doi:10.6052/1000-0879-19-142

THE TEACHING OF FLUID MECHANICS WITH REPRESENTATION OF FLUID FLOW

ZHU Zhenwei¹⁾ WANG Fahui WANG Hua

(Department of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, Henan, China)

Abstract This paper discusses the teaching of fluid mechanics with representations of fluid flow, based on the Lagrange picture and the Euler picture, as well as with the relation between these representations. The fluid flows will be shown in the vivid time-space views instead of just concepts.

Key words fluid mechanics, Lagrange picture, Euler picture, teaching methods

流体力学是一门重要的专业基础课。在对该课程的学习过程中, 很多学生反映该课程内容抽象、不好理解, 其原因是多方面的。教材中有些概念的表述比较抽象也是原因之一。如何深入浅出、形象生动地将基本概念表达清楚, 是流体力学教学的一个重要任务, 也一直是学者们关注的问题^[1-2]。本文针对流体运动描述的 Lagrange 方法和 Euler 方法及其相互转换的教学进行探讨。

流体运动的描述方式有 Lagrange 方法和 Euler 方法^[3-4]。Lagrange 方法对流体质点进行描述, 数学式表达为

$$x_i = x_i(x_{0k}, t) \quad (1)$$

其中 $i = 1, 2, 3$ 分别表示 x, y, z 方向, $x_{0k} = x_{01}, x_{02}, x_{03}$ 为 t_0 时刻流体质点的标号, 式 (1) 表示 t_0 时刻标注的不同流体质点在随后的不同时刻在流场中的运动规律。

而 Euler 方法描述的是流场空间位置的物理量的变化规律, 以流场速度为例, 数学表达式为

$$v_i = v_i(x_i, t) \quad (2)$$

其中 $i = 1, 2, 3$ 分别表示 x, y, z 方向, 这里的 x_i 表示空间位置坐标, 式 (2) 表示不同空间位置点流场速度在不同时刻的变化规律。

以上概念大多数学生能够较好地理解, 但涉及到两种方法变量之间进行转换的时候, 多数本科生

2019-04-08 收到第 1 稿, 2019-05-03 收到修改稿。

1) 朱贞卫, 副教授, 主要从事流体力学与计算流体力学的教学与科学研究。E-mail: zhuzhenwei22@sina.com

引用格式: 朱贞卫, 王发辉, 王华. 流体力学课程流体运动描述的教学方法. 力学与实践, 2019, 41(5): 612-614

Zhu Zhenwei, Wang Fahui, Wang Hua. The teaching of fluid mechanics with representation of fluid flow. *Mechanics in Engineering*, 2019, 41(5): 612-614

甚至一些硕士研究生会感到非常抽象,难于理解。一般教材很少提及两种方法变量之间的转换,文献[3-4]中表述也过于简单。为正确理解两种方法变量之间的转换,本文认为应从以下几点进行讲解。

首先需要理解流体力学中连续介质的假设。连续介质假设是描述流体非常好的近似。连续介质模型认为,物质连续地、无间隙地分布于物质所占有的整个空间^[5],这个假设为建立流体中的点的概念奠定了基础。按连续介质假设,每一个流体质点都占据一个空间几何点,流场的每一个空间几何点上也必有一个流体质点,这样质点和空间点形成一一对应关系。因此,流体质点可以理解为数学意义上瞬间的点的概念,而不应和质点的变形与旋转等混淆在一起,使之变得更加晦涩难懂^[6]。

Euler方法是把流体运动视作流场随时间的变化,即流速空间分布的时间变化。而Lagrange方法是描述流场中每一个运动的流体质点的物理量随时间的变化。根据连续性假设,这两种变量存在一一对应关系,是可以转换的。

先看Lagrange变量转换为Euler变量。由式(1)表示的各流体质点在运动中到达的位置坐标为 x_i ,求出各坐标的时间导数,显然就得到各流体质点的流速,即

$$v_i(x_{0k}, t) = \frac{\partial}{\partial t} x_i(x_{0k}, t) = v_i(x_{0k}, t) \quad (3)$$

在某一时刻 t 来看,也就是在静态地观察流场时,式(3)表示的是流体质点的流速,同时各质点在流场中一一对应地占据了空间位置,这时的流体质点是 t_0 时刻标注的不同流体质点经过一段时间运动到目前位置的,式(1)表示的正是流体质点在 t 时刻到达目前的空间位置坐标 x_i 。因此,把式(1)左边的 x_i 当作流体质点目前所占据的空间位置,就实现了由流体质点到空间点的转换,也即由Lagrange变量转换成为Euler变量。转换公式为

$$v_i(x_{0k}, t) = v_i(x_{0k}(x_i, t), t) = v_i(x_i, t) \quad (4)$$

式中的 $x_{0k}(x_i, t)$ 即为 t_0 时刻标注的流体质点经过 t 时刻到达的空间位置,由式(1)的反函数求出。从数学上来说,式(1)的雅可比行列式是一个有限的正数,也一定存在反函数^[7]。

同样,也可把Euler变量转换为Lagrange变量。式(2)描述的是流场空间位置的物理量的变化规律,其中坐标 x_i 表示的是空间位置点。同时该空间位置点一一对应着流体质点,该流体质点是 t_0 时刻标注的流体质点经过 t 时刻运动到了目前位置。而式(1)的Lagrange描述记录的正是流体质点经过 t 时刻到达的位置,把式(2)中的 x_i 当作 t 时刻流体质点到达该空间点的位置坐标,就实现了由空间点到流体质点的观点的转换,也即由Euler变量转换成为了Lagrange变量。转换公式为

$$v_i = v_i(x_i(t), t) \quad (5)$$

式(5)表示在 t_0 时刻标注的流体质点运动到 t 时刻的速度,由此可求出 t_0 时刻的空间位置,即Lagrange描述。求解方法为积分公式 $dx_i/dt = v_i = v_i(x_i(t))$,由此得到包含三个方程的一阶常微分方程组的解,按 $t = t_0$ 时刻的条件 $x_i = x_{0i}$ 来确定积分常数,就找到了 t_0 时刻标注的流体质点的运动规律。

通过以上较为形象的讲解,再举几个例子进行演练,就可使学生对两者之间的转换认识清楚,使教学过程收到良好的效果。

本文所述教学方法,可以形象地阐述流体力学连续介质运动的时空观,这是初学流体力学时学生需要准确掌握的重要基本概念。通过以上深入浅出的讲解,使抽象、难懂的基本概念变得更加具体化,更便于学生理解和掌握。这样,难懂难学的流体力学就变得生动易懂,从而积极调动学生学习流体力学的热情。

参 考 文 献

- 1 孟庆昌, 邓辉, 王冲等. 问题导向式教学法在流线伯努利方程讲授中的应用. 力学与实践, 2019, 41(1): 99-103
Meng Qingchang, Deng Hui, Wang Chong, et al. Application of problem-based method in teaching streamline Bernoulli equation. *Mechanics in Engineering*, 2019, 41(1): 99-103 (in Chinese)
- 2 李洪彬, 倪福生. 临界流速实验在疏浚课教学中的应用. 力学与实践, 2018, 40(6): 704-707
Li Hongbin, Ni Fusheng. Application of critical velocity experiment in the teaching of dredging. *Mechanics in Engineering*, 2018, 40(6): 704-707 (in Chinese)
- 3 周光炯, 严宗毅, 许世雄等. 流体力学(上). 北京: 高等教育出版社, 2000

- Zhou Guangjiong, Yan Zongyi, Xu Shixiong, et al. Fluid Mechanics. Beijing: Higher Education Press, 2000 (in Chinese)
- 4 吴望一. 流体力学 (上). 北京: 北京大学出版社, 1982
- Wu Wangyi. Fluid Mechanics. Beijing: Beijing University Press, 1982 (in Chinese)
- 5 赵军方. 关于流体力学中的几个基本概念的再解读. 力学与实践, 2017, 39(3): 296-298
- Zhao Junfang. Reinterpretation on some basic concepts in fluid mechanics. *Mechanics in Engineering*, 2017, 39(3): 296-298 (in Chinese)
- 6 陈庆光, 张明辉, 朱绪力等. 流体力学课程教学中几个基本概念的教学方法. 力学与实践, 2015, 37(1): 138-141
- Chen Qingguang, Zhang Minghui, Zhu Xuli, et al. Teaching method of some basic concepts in fluid mechanics. *Mechanics in Engineering*, 2015, 37(1): 138-141 (in Chinese)
- 7 庄礼贤, 尹协远, 马晖扬. 流体力学. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009
- Zhuang Lixian, Yin Xieyuan, Ma Huiyang. Fluid Mechanics. Hefei: China Science and Technology University Press, 2009 (in Chinese)

(责任编辑: 胡 漫)