

间接测量质量、长度和时间的趣味力学实验

杨汉文* 李国清*,1) 张一帆†

*(华中科技大学力学系, 武汉 430074)

†(江西省九江市第一中学, 江西九江 332000)

摘要 质量、长度和时间是 3 个最基本的物理量, 设计运动学实验 (如单摆) 可建立长度与时间之间的关系, 运用阿基米德浮力定律可实现体积与力关系的定量测量, 由重力加速度建立质量与力的关系, 利用这些力学知识组成的链条, 可实现由单一计时器间接测量重量或质量的力学实验. 依此思路还可设计其他间接测量质量、长度和时间的系列趣味力学实验.

关键词 质量, 长度, 时间, 单摆, 浮力, 力学实验, 度量

中图分类号: O3 **文献标识码:** A

doi: 10.6052/1000-0879-15-304

众所周知, 质量、长度和时间是 3 个最基本的物理量, 也是量纲系统中的基本量纲, 分别记为 M , L 和 T . 在日常生活和工业生产中, 质量、长度和时间的各种计量器具随处可见且具有相当的精度. 例如, 石英秒表、电子秤、各种量具等. 这些计量器具的设计和生产中都运用了某些力学的原理. 因为质量、长度和时间的直接测量非常方便准确, 它们的间接测量通常是不必要的. 但是, 设计并实施质量、长度和时间间接测量的力学实验, 有助于普及力学知识和提高对力学的兴趣, 也是培养大学生的力学理论设计与实际操作水平的一种有益尝试.

1 用秒表测量不规则物体的质量

1.1 命题

实验条件: 数字式秒表 1 支 (不可使用其他量具); 不规则形状的铁块 1 块 (质量约 2 kg); 细绳若干; 塑料水桶 1 个; 篮球 (带网兜) 1 个; 螺母 1 个; A4 图板 1 个; A4 复印纸、图钉、铁钉、记号笔、剪刀等.

评分要求: 在规定时间内, 仅用秒表测出不规则物体的质量, 以测量精度评分.

本文于 2015-11-19 收到.

1) E-mail: lig57@hust.edu.cn

1.2 理论设计

(1) 运用单摆运动规律实现对长度的间接测量
单摆运动近似的周期公式为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

式中, L 指摆长, T 为周期, g 为重力加速度, 通常可取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

式 (1) 表明: 由秒表测量单摆的周期可以求出摆长.

(2) 运用阿基米德定律实现对重量的测量

阿基米德定律是流体静力学的一个重要原理, 它指出: 浸入静止流体中的物体受到一个浮力, 其大小等于该物体所排开的流体重量, 方向垂直向上并通过所排开流体的形心. 考虑浮力与重力的平衡, 容易得到阿基米德定律的一条推论: 在静止流体中的悬浮物的重量就等于所排开的流体的重量, 若液体为水, 则公式写为

$$W_1 = \gamma_2 V_2 g \quad (2)$$

式中, W_1 指悬浮在水中重物的重量, $\gamma_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 为水的密度, V_2 为所排开的水的体积. 式 (2) 表明: 只要能测量重物所排开的水的体积, 就可以间接测量重量, 而且这一结论对重物的形状没有任何要求.

(3) 重力加速度常数

最后, 我们知道重力加速度的定义为

$$W_1 = M_1 g \quad (3)$$

1.3 实际操作

虽然上一小节给出了由时间间接测量质量的一

引用格式: 杨汉文, 李国清, 张一帆. 间接测量质量、长度和时间的趣味力学实验. 力学与实践, 2016, 38(3): 317-320

Yang Hanwen, Li Guoqing, Zhang Yifan. Interest experimental mechanics for indirect mass-length-time measurement. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(3): 317-320

套理论设计方案,但是仍然需要精心组织、科学实验和实际动手来完成预定的目标. 只有对理论设计方案和命题进行具体问题具体分析,才能设计出一组科学合理的实验步骤并提出解决具体问题的方法,其要点如下:

(1) 水桶中悬浮铁块的实验要点

为了让铁块不至于沉入水底,使用篮球、网兜和细绳可以将铁块悬浮起来.

为了测量悬浮铁块所排水的体积,放置铁块之前,先将篮球、网兜和细绳都置于水中并在液面的高度处用记号笔作标记;放置铁块之后,等水面平静下来,再次作标记.

为了测量铁块所排水的体积,可用纸条记录两次水桶标识处液面的上升.

为了测量铁块所排水的体积,还可在标记处用细绳绕水桶一周,测量其周长.

本项实验方案的示意图绘于图 1.

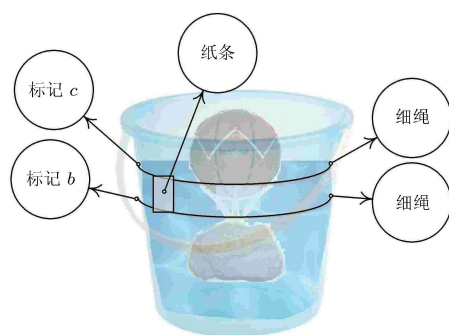


图 1

(2) 单摆实验要点

从步骤 (1) 得到几个关键的长度,即铁块造成液面的上升(可记为 L_a)和水桶两个标记处的周长(可分别记为 L_b 和 L_c). 可以观察到,通常 L_b 和 L_c 的长度足够,因此可用两根细绳的长度记录它们并直接用于制作 2 个单摆.

特别需要注意的是:通常液面的上升 L_a 会很小,直接以 L_a 为摆长制作单摆是不合适的. 为了提高精度和可操作性,应将记录 L_a 的小段纸条订在图板上,然后在纸条的两端分别钉上 2 个铁钉,再取出一根细绳在 2 个铁钉之间绕若干圈,然后制成长度为 L_a 长度的 n 倍的一根绳,即 $L_d = nL_a$.

最后,分别用长度为 L_b , L_c 和 L_d 的 3 根细绳作为摆杆,其一端用图钉或铁钉固定,另一端系一个螺母,还可竖立图板作为螺母摆动至最高点的参考面,然后开始单摆周期的计时测量实验.

在测量单摆周期时,为了提高计时的精度,应当增加单摆周期运动的次数. 将以 L_b 为摆长的单摆经过 n_b 次周期运动的总时间记为 T_b ,同理, n_c 和 n_d 分别记录另 2 个单摆周期运动的次数,而 T_c 和 T_d 则是它们对应的总时间.

本项实验的示意图绘于图 2.

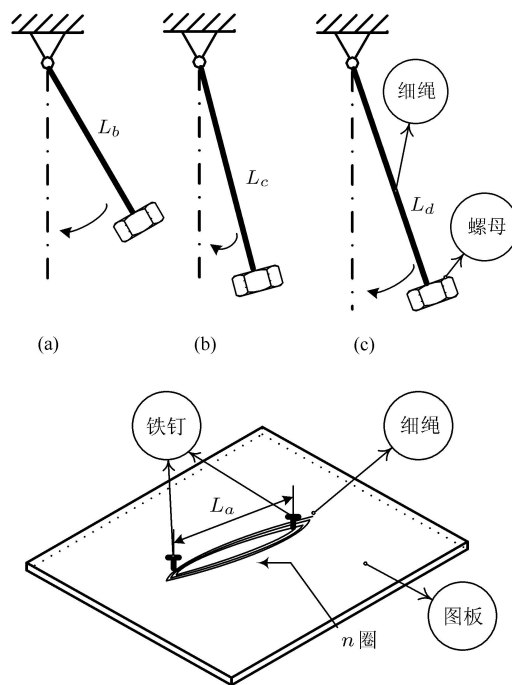
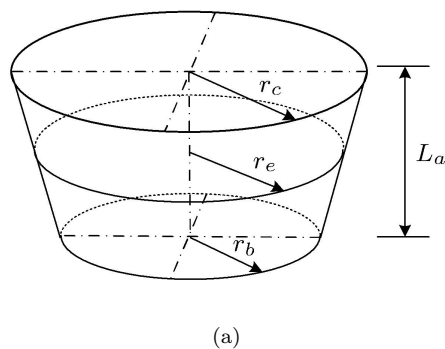


图 2

(3) 实验数据处理的要点

根据水桶的形状,可按圆台体(见图 3)的体积计算排水的体积. 即

$$V_2 = \frac{\pi}{3}(r_b^2 + r_c^2 + r_b r_c)L_a = \frac{L_d}{12n\pi}(L_b^2 + L_c^2 + L_b L_c) \quad (4)$$



(a)

图 3

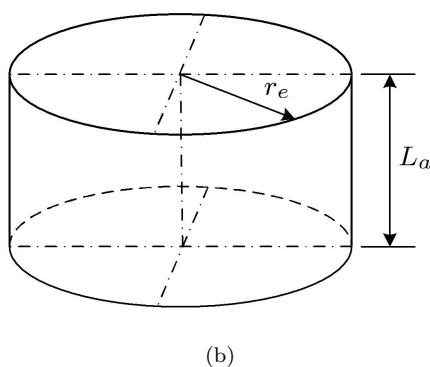


图 3(续)

注意到上式运用了圆的周长公式和 L_a 与 L_d 之间的关系. 将 T_b , T_c 和 T_d 分别代入式 (1) 即可求得 L_b , L_c 和 L_d , 再考虑式 (2) 和式 (3), 不难得到所求的铁块质量的最终计算式为

$$V_2 = \frac{T_d^2 g^3}{384 n n_d^2 \pi^7} \left(\frac{T_b^4}{n_b^4} + \frac{T_c^4}{n_c^4} + \frac{T_b^2 T_c^2}{n_b^2 n_c^2} \right) \quad (5)$$

观察式 (5) 的右边, 只有 T_b , T_c 和 T_d 三个待测的时间变量, 其余都是常数或者计数. 因此, 质量可以用单一的计时器通过一系列力学实验间接测量获得.

2 讨论

2.1 有关单摆实验的替代方案

上一节提供的实验方案不是唯一的, 其中单摆可以用其他运动学实验所替代, 例如自由落体实验、斜面上物体的运动学测量等实验. 在自由落体中, 落体高度为

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (6)$$

在倾角为 θ 的光滑斜面上物体的自由运动规律为

$$s = \frac{1}{2} g \sin \theta t^2 \quad (7)$$

经过简单的计算, 可以发现: 采用落体实验, 因为 1s 时间内物体将下落 9.8m, 对本问题而言 9.8m 和 1s 作为基准单位显然过大了, 完成本实验要求需要很高的计时精度或者很大的落体距离; 采用斜面运动实验, 则通过调整斜面倾角可以改善落体实验的上述缺点. 综合对比单摆、自由落体和斜面实验, 采用单摆实验确定时间与长度的关系, 是一种更简便、更灵活、更容易保证高精度的一种方法. 事实上, 只要能够反映长度与时间关系的运动学规律,

都可以用来确定时间与长度之间的定量关系, 所以该项实验设计还有更多的选择.

2.2 有关水中悬浮物浮力实验的替代方案

水中悬浮物浮力实验的目的, 是建立起体积或者长度与重力之间的关系. 只要能完成同样的实验目的, 还可以用其他的力学实验方法. 例如, 利用杠杆原理, 可以建立两个重力之间的联系, 再利用已知的某种材料的质量密度, 从而建立未知重量与一个可测量的体积之间的定量关系. 再例如, 运用 2 个物体的碰撞运动的规律, 在运动的时间和位移可以测量的条件下, 也可以建立 2 个运动物体质量或重量之间的关系. 综合对比而言, 用浮力实验建立体积与重力之间的关系是直接有效的方案之一.

2.3 有关质量、长度和时间的倍增

从上一节的论述中可以发现: 将待测的长度和时间进行倍增, 对提高力学实验测量的精度、方便实验操作都是十分重要的. 通常而言, 长度的倍增, 容易利用几何对称性实现, 例如, 前面提到的绕固定点的多圈细绳放大了长度, 其实是利用了几何对称性; 对于周期运动, 运动时间的倍增也是便于实现的, 如前面提到的计数的循环往复运动, 而对于非周期运动的时间倍增将是很困难的; 对于质量的倍增, 可以利用杠杆原理, 也就是天平测量的基本原理.

2.4 用秒表测量不规则物体质量

为参加全国周培源大学生力学竞赛“理论设计与操作”团体赛, 华中科技大学力学系组织部分大学生, 开展了该项力学实验的教学活动, 图 4 是实验中一组照片. 在大学生进行理论设计阶段, 上文提及的多种方案都曾经被广泛讨论, 再经过指导教师的引导, 最终方案向第 1 节所介绍的方案靠近. 对于铁块所排水体积的计算, 可以将圆台的体积 (图 3(a)) 近似为圆柱体的体积图 3(b)). 近似圆柱体的直径取为圆台高度中心处 (图 1 中 b, c 两点的中点) 的直径. 于是

$$V_2 \approx \frac{(\pi^2 d_e^2)}{4\pi} L_a = \frac{L_e^2 L_a}{4n^2 \pi} \quad (8)$$

此时, 铁块体积的近似计算式为

$$M_1 = \frac{\gamma_2 L_e^2 L_d}{4n^2 \pi} = \frac{\gamma_2 T_e^4 T_d^2 g^3}{256 n^2 n_e^4 n_d^2 \pi^7} \quad (9)$$



图 4

以上二式中, L_e 为 b, c 标记点的居中位置 e 处的圆周周长, n_e 和 T_e 分别为以 L_e 为摆长的单摆周期摆动次数和总时间.

实测铁块质量的典型数值如下

$$n = 14, n_d = n_e = 50$$

$$T_d = 62.47 \text{ s}, T_e = 95.37 \text{ s}$$

将上述数据代入式 (9) 得: $M_1 = 1.797 \text{ kg}$, 而铁块的实际质量为 1.80 kg , 两者之间的相对误差仅 0.16% . 经过多次实验发现, 测试结果的重复性很好.

2.5 有关质量、长度和时间间接测量的其他实验

最后, 讨论一下质量、长度和时间相互之间间接测量的问题. 由长度测量 (如直尺) 测定时间, 由前述的单摆实验就可以实现. 由长度测量质量的问题, 实质上就是本文推荐的浮力实验所解决的问题. 由单一质量测量仪器 (例如天平) 实现对时间的间接

试验, 就是本实验的反向实验. 质量、长度和时间相互之间间接测量的可能实验方案列于表 1.

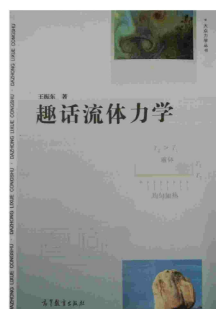
表 1 质量、长度和时间相互之间间接测量的实验方案

测量目标 量具	质量 (M)	长度 (L)	时间 (T)
天平	—	浮力、重力	单摆、浮力、重力
直尺	浮力、重力	—	单摆等
秒表	单摆、浮力、重力	单摆等	—

3 结 语

本文详细介绍了一组用秒表测量不规则物体质量的趣味性力学实验, 分析了该实验中所蕴含的基本力学原理与知识, 讨论了质量、长度和时间的间接测量所需的力学原理以及在实际操作中可能出现的问题, 列出了质量、长度和时间相互之间间接测量的各种实验方案, 这些内容可为力学教师提供一些有益的参考与借鉴.

* 新书架 *



作者: 王振东

出版社: 高等教育出版社

出版日期: 2016 年 5 月 定价: 29 元

内容简介: 本书是一本科学与艺术融合的流体力学科普读物, 内容大致可分为“力学诗话”和“力学趣谈”两部分。“力学诗话”的文章, 力图从中国古代诗词中对流体力学现象观察和描述的佳句入手, 将诗情画意与近代流体力学的内容交融在一起阐述。“力学趣谈”的文章, 希望就自然界和日常生活中的流体力学现象, 风趣地揭示出深刻的力学道理. 本书内容生动新颖, 文理交叉, 图文并茂, 可读性强, 能使读者体验力学趣味, 感受力学魅力, 以诗情画意之美, 增益力学之美, 以力学之美, 体验诗情画意之美, 是一本适合文理工科大学生、大中专物理教师、工程技术人员及诗词和自然科学爱好者的优秀读物.